Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2009
21. April 2009
Blatt 1

Übungen zu Analysis I

1. Beschreiben Sie möglichst einfach die Menge aller reellen Zahlen x, für die gilt:

a) $4 - x < 3 - 2x$	b) $5 - x^2 < 8$
c) $5 - x^2 < -2$	d) $(x-1)(x-3) > 0$
e) $(x-4)(x+5)(x-3) > 0$	f) $x^2 - 2x + 2 > 0$
g) $x^2 + x + 1 > 2$	h) $x^2 + x + 1 > 0$.

2. Beschreiben Sie möglichst einfach die Menge aller reellen Zahlen x, für die gilt:

a) $\lvert x-3\rvert = 8$	b) $\lvert x-3\rvert < 8$
c) $\lvert x+4\rvert < 2$	d) $\lvert x-1\rvert + \lvert x-2\rvert > 1$
e) $\lvert x-1\rvert + \lvert x+1\rvert < 2$	f) $\lvert x-1\rvert + \lvert x+1\rvert < 1$
g) $\lvert x-1\rvert \cdot \lvert x+1\rvert = 0$	h) $\lvert x-1\rvert \cdot \lvert x+2\rvert = 3$.

3. Für welche reellen Zahlen c ist die Menge
$$\{x \in \mathbb{R} \,|\, |x+1| \le c\,|x-1|\}$$
beschränkt?

4. Finden Sie das Supremum und das Infimum der folgenden Mengen (falls sie existieren) und entscheiden Sie, ob sie zu der jeweiligen Menge gehören:
   (a) $\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$
   (b) $\{\frac{1}{n} | n \in \mathbb{Z} \text{ und } n \neq 0\}$.
   (c) $\{\frac{1}{n} + (-1)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
   (d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 \ge 0\}$
   (e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x - 1 < 0\}$.

5. Sei M eine nicht-leere, nach oben beschränkte Teilmenge von $\mathbb{R}$.
   (a) Die Menge $-M := \{-x | x \in M\}$ ist nach unten beschränkt und $\inf(-M) = -\sup M$.
   (b) Sei S die Menge aller oberen Schranken von M. Dann ist S nach unten beschränkt und $\inf S = \sup M$.

Abgabe: Dienstag, den 28. April 2009, 11.10 Uhr