Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
PROF. DR. W. SINGHOF

SS 2009
28. April 2009
Blatt 2

Übungen zu Analysis I

6. (a) Zeigen Sie: Sind $a, \varepsilon \in \mathbb{R}$ mit $\varepsilon > 0$, so ist

$$[a-\varepsilon, a+\varepsilon] = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-a| \leq \varepsilon\},$$

$$]a-\varepsilon, a+\varepsilon[= \{x \in \mathbb{R} \mid |x-a| < \varepsilon\},$$

   (b) Folgern Sie aus der Dreiecksungleichung, dass $\big|\, |x| - |y| \,\big| \leq |x-y|$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$.

7. (a) Für $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 10$ ist $2^n > 10n^2$.

   (b) Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist $3^n \geq n^3$?

8. Untersuchen Sie, ob die Folge (a_n) konvergiert und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

   (a) $a_n = \dfrac{n^2 - n + 1}{2n^3 + n + 1}$ (b) $a_n = \dfrac{n^2 - n + 1}{8n^2 - 3}$ (c) $a_n = \dfrac{n^3 - 17n + 1}{412n^2 + 13}$

   Welche Regel kann man an diesen Beispielen erkennen?

9. Zeigen Sie:

   (a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n!}{n^n} = 0$

   (b) $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0.$

   (Tipp: Betrachten Sie $(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$.)

Abgabe: Dienstag, den 5. Mai 2009, 11.10 Uhr