Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 2006

Übungen zur Einführung in die Algebra

Blatt 7

Aufgabe 1. (i) Geben Sie alle normierten irreduzible Polynome $f \in \mathbb{F}_2[X]$ vom Grad $\deg(f) \leqslant 4$ an
(ii) Bestimmen Sie alle normierten irreduziblen Polynome $f \in \mathbb{R}[X]$.

Aufgabe 2. Wir betrachten die komplexen Zahlen $i = e^{2\pi i/4}$ und $\rho = e^{2\pi i/3}$, sowie die davon erzeugten Unterringe $\mathbb{Z}[i] \subset \mathbb{C}$ und $\mathbb{Z}[\rho] \subset \mathbb{C}$. Beweisen Sie, daß diese beiden Ringe $\mathbb{Z}[i]$ und $\mathbb{Z}[\rho]$ euklidisch bezüglich der Normfunktion $N(m + ni) = m^2 + n^2$ sind.

Aufgabe 3. Beweisen oder widerlegen sie die folgenden Aussagen:

(i) Jeder Unterring eines Hauptidealringes ist ein Hauptidealring.

(ii) Jeder Restklassenring eines Hauptidealringes ist ein Hauptidealring.

(iii) Jede Lokalisierung eines Hauptidealringes ist ein Hauptidealring.

(iv) Der Polynomring in einer Unbestimmten über einem Hauptidealring ist ein Hauptidealring.

Aufgabe 4. Sei R ein Hauptidealring und X eine Unbestimmte. Wir betrachten die Teilmenge $S \subset R[X]$ aller primitiven Polynome.

(i) Verifizieren Sie, daß die Teilmenge $S \subset R[X]$ multiplikativ ist.

(ii) Beweisen Sie, daß die Lokalisierung $A = S^{-1}R[X]$ ein Hauptidealring ist.

Abgabe: Bis Donnerstag, 1.6. um 9:10 Uhr in den Zettelkästen.