Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 06/07

Übungen zu Algebraische Geometrie I

Blatt 10

Aufgabe 1. Sei $f : X \to Y$ eine abgeschlossene Einbettung von Schemata. Zeigen Sie, daß der Morphismus $f : X \to Y$ vom endlichen Typ ist.

Aufgabe 2. (i) Sei X ein topologischer Raum. Zeigen Sie, daß X noethersch ist genau dann, wenn jede offene Teilmenge $U \subset X$ quasikompakt ist.

(ii) Folgern Sie: Ist X ein noethersches Schema, so ist jeder Morphismus $f : X \to Y$ in ein anderes Schema Y quasikompakt.

Aufgabe 3. Ein Schema X bezeichnet man als *quasisepariert*, wenn der Diagonalmorphismus $\Delta : X \to X \times X$ quasikompakt ist. Zeigen Sie, daß X quasisepariert ist genau dann, wenn für alle affinen offenen Teilmengen $U, U' \subset X$ der Durchschnitt $U \cap U'$ die Vereinigung von endlich vielen affinen offenen Teilmengen ist.

Aufgabe 4. Sei $\mathcal{F}$ eine abelsche Garbe auf einem topologischen Raum X, und $Z \subset X$ eine lokal abgeschlossene Teilmenge. Wir definieren die abelsche Gruppe $\Gamma_Z(\mathcal{F})$ der *Schnitte mit Träger in Z* durch

$$\Gamma_Z(\mathcal{F}) = \{s \in \Gamma(U, \mathcal{F}) \mid \mathrm{Supp}(s) \subset A\}\,.$$

Hierbei schreiben wir $Z = U \cap A$, wobei $U \subset X$ offen und $A \subset X$ abgeschlossen ist, und $\mathrm{Supp}(s) = \{x \in U \mid s_x \neq 0\}$ der Träger von s ist. Beweisen Sie, daß die Definition von $\Gamma_Z(\mathcal{F})$ nur von Z, nicht jedoch von der Wahl von U und A abhängt.

Bemerkung: Die abgeleiteten Funktoren $H^n_Z(X, \mathcal{F})$, $n \geq 0$ von $\Gamma_Z(\mathcal{F})$ bezeichnet man als *Kohomologie mit Träger*.

Abgabe: Bis Montag, den 25.1.07 um 9:10 Uhr in den Zettelkästen.