

## Übungen zu Algebraische Geometrie I

### Blatt 11

**Aufgabe 1.** Sei  $X$  ein lokal geringter Raum, und  $\psi : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}'$  ein Homomorphismus zwischen invertierbaren  $\mathcal{O}_X$ -Moduln. Angenommen,  $\psi$  ist surjektiv. Zeigen Sie, daß  $\psi$  dann sogar bijektiv sein muß.

**Aufgabe 2.** Seien  $X$  ein Schema, und  $\mathcal{F}, \mathcal{G}$  zwei quasikohärente  $\mathcal{O}_X$ -Moduln. Zeigen Sie, daß der  $\mathcal{O}_X$ -Modul  $\mathcal{F} \otimes_{\mathcal{O}_X} \mathcal{G}$  ebenfalls quasikohärent ist.

**Aufgabe 3.** Seien  $\mathcal{L}, \mathcal{L}'$  zwei invertierbare Garben auf  $\mathbb{P}_k^1$ . Zeigen Sie, daß die Gruppe  $\text{Hom}_{\mathcal{O}_X}(\mathcal{L}, \mathcal{L}')$  der Homomorphismen  $\psi : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}'$  genau dann nichttrivial ist, wenn  $\deg(\mathcal{L}) \leq \deg(\mathcal{L}')$ .

**Aufgabe 4.** Seien  $m, n \in \mathbb{Z}$  zwei natürliche Zahlen, und

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(m) \longrightarrow \mathcal{F} \longrightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(n) \longrightarrow 0$$

eine kurze exakte Sequenz von kohärenten Garben auf  $\mathbb{P}_k^1$ . Angenommen, es gilt  $m \geq n - 2$ . Zeigen Sie, daß diese kurze exakte Sequenz spaltet, also  $\mathcal{F} \simeq \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(m) \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(n)$ .

**Abgabe:** Bis Montag, den 22.1.07 um 9:10 Uhr in den Zettelkästen.