

Übungen zu Mathematik für Biologen

1. Eine Lotterie wird nach den folgenden Regel gespielt: Die Lose sind numeriert von 0 000 000 bis 9 999 999. Der Gewinn ergibt sich wie folgt:

- Hat man das Los mit der Nummer 7 777 777, so erhält man den Hauptgewinn in Höhe von € 1 000 000.
- Hat man sechsmal die Ziffer 6 und einmal eine beliebige andere Ziffer, so erhält man einen Gewinn in Höhe von € 5 000. Beispielsweise erhält die Nummer 6 626 666 diesen Gewinn.
- Hat man sieben Mal die Ziffer 6, so erhält man den Sonderpreis in Höhe von € 666 666.

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben

- (je 1P) Geben Sie für die drei Gewinnklassen jeweils die Gewinnwahrscheinlichkeit an.
- (1P) Bestimmen Sie den Erwartungswert für den Gewinn des Spiels.
- (2P) Ein Spiel kostet 1 €. Wie hoch müsste der Hauptgewinn sein, wenn das Spiel fair wäre?

2. Bestimmen Sie die folgenden Werte für die Binomialverteilung $B_{75,p}$:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)(1P)} & B_{75,0.25}(13) & \text{(c)(1P)} \sum_{k=0}^{35} B_{75,0.40}(k) & \text{(d)(1P)} \sum_{k=20}^{75} B_{75,0.30}(k) \\ \text{(e)(1P)} & \sum_{k=15}^{25} B_{75,0.20}(k) & \text{(f)(1P)} \sum_{k=23}^{54} B_{75,0.40}(k) & \text{(b)(1P)} \sum_{k=0}^{62} B_{75,0.75}(k) \end{array}$$

Hinweis: Auf der Rückseite befindet sich eine Tabelle der kumulierten Binomialverteilung, die bei einigen Aufgabenteilen nützlich ist.

3. 25% der Individuen eines Bodenbakteriums sind R -Bakterien. Eine Stichprobe von 75 Individuen wird genommen.

- (2P) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man genau 19 R -Bakterien in der Stichprobe?
- (2P) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man höchstens 19 R -Bakterien in der Stichprobe?
- (2P) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man mindestens 19 R -Bakterien in der Stichprobe?

4. Durch einen Hagelsturm wurde ein Tulpenbeet geschädigt. Im Schnitt hat jede Pflanze 1.3 Treffer.

- (1P) Welche der Ihnen bekannten Verteilungen modelliert die Anzahl der Treffer pro Pflanze?
- (2P) Welcher Prozentsatz der Pflanzen hat keinen Treffer?
- (2P) Welcher Prozentsatz der Pflanzen hat genau zwei Treffer?
- (2P) Welcher Prozentsatz der Pflanzen hat höchstens zwei Treffer?

Tabelle der Werte $\sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ für $n = 75$

r	p	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
2	0.	00001						
3		00007						
4		00032	00001					
5		00123	00004					
6		00388	00016					
7		01041	00054	00002				
8		02430	00164	00006				
9		05013	00436	00021	00001			
10		09275	01034	00063	00002			
11		15572	02212	00169	00007			
12		23968	04307	00411	00022	00001		
13		34140	07692	00913	00059	00002		
14		45402	12687	01867	00149	00007		
15		56852	19459	03529	00346	00019	00001	
16		67585	27924	06200	00743	00048	00002	
17		76899	37717	10173	01485	00118	00005	
18		84401	48235	15659	02773	00266	00014	
19		90028	58753	22713	04853	00564	00035	00001
20		93966	68570	31178	07989	01119	00084	00003
21		96545	77141	40680	12412	02088	00189	00009
22		98128	84153	50675	18257	03674	00399	00022
23		99040	89539	60546	25511	06110	00795	00054
24		99533	93429	69712	33973	09629	01498	00122
25		99785	96074	77725	43268	14415	02671	00261
26		99906	97769	84330	52893	20550	04517	00529
27		99961	98795	89467	62299	27974	07258	01015
28		99985	99381	93241	70981	36457	11102	01848
29		99994	99698	95862	78558	45624	16199	03197
30		99998	99860	97585	84814	54994	22594	05267
31		99999	99938	98656	89704	64062	30190	08271
32			99974	99288	93324	72374	38734	12402
33			99990	99640	95864	79595	47844	17785
34			99996	99827	97554	85541	57050	24434
35			99999	99921	98620	90185	65875	32223
36				99966	99257	93625	73897	40878
37				99986	99619	96042	80815	50000
38				99994	99814	97654	86476	59122
39				99998	99913	98673	90869	67777
40				99999	99962	99285	94105	75566
41					99984	99633	96364	82215
42					99994	99820	97861	87598
43					99998	99917	98801	91729
44					99999	99963	99360	94733
45						99985	99675	96803
46						99994	99844	98152
47						99998	99929	98985
48						99999	99969	99471
49							99987	99739
50							99995	99878
51							99998	99946
52							99999	99978
53								99991
54								99997
55								99999