

## Übungen zu Mathematik für Biologen

1. Eine Probe von 100g eines radioaktiven Materials wurde fünf Wochen lang beobachtet. Die folgenden Massen wurden festgestellt

abgelaufene Wochen	0	1	2	3	4	5
Masse [in g]	100	15	0.76	0.13	0.0066	0.0011

- (a) Bestimmen Sie die Halbwertszeit des Materials durch Regression im exponentiellen Modell.  
(b) Ein Referenzmaterial hat eine bekannte Halbwertszeit von 2.2 Tagen. Welche Masse verbleibt nach fünf Wochen von 100g des Referenzmaterials?
2. Es wurden die Siegchancen der Fußballmannschaft von Blau-Grau-Düsseldorf bei Heimspielen untersucht. Es stellte sich heraus, dass die Mannschaft drei von vier Heimspielen gewinnt, wenn ihr Kapitän einsatzfähig ist. Spielt sie ohne den Kapitän, so beträgt die Siegchance nur 45%. Der Kapitän ist leider bei jedem fünften Heimspiel verletzungsbedingt nicht einsatzfähig.

Wir definieren die Ereignisse:

$A$  : “Seine Mannschaft gewinnt das Heimspiel”

$B$  : “Der Kapitän ist einsatzfähig”

- (a) Benutzen Sie die obigen Aussagen zur Festlegung der Wahrscheinlichkeiten  $P(B)$  und  $P(B^c)$ , sowie von  $P(A|B)$  und  $P(A|B^c)$ .  
(b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(A)$ .  
(c) Wie groß sind die bedingten Wahrscheinlichkeiten  $P(B^c|A)$  und  $P(B|A^c)$ ?  
(d) Die Schlagzeile des *Düsseldorfer Ostboten* lautet “Blau-Grau verliert Heimspiel!!!” Mit welcher Wahrscheinlichkeit war der Kapitän verletzt?
3. Eine Lotterie mit Rubbellosen wird nach den folgenden Regeln gespielt: Lose sind fünfstellig nummeriert von 00000 bis 99999. Wenn mindestens eine Null unter den Ziffern ist, gibt es einen Trostpreis. Wenn alle Ziffern gleich sind und die Losnummer nicht 00000 ist, dann gibt es einen Hauptgewinn.
- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen Hauptgewinn?  
(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen Trostpreis?  
(c) Der Hauptgewinn beträgt 32 000 €, der Trostpreis beträgt 0,50 €. Bestimmen Sie den Erwartungswert für den Gewinn.  
(d) Wie hoch muss — bei unverändertem Hauptgewinn — der Trostpreis sein, damit der Erwartungswert für den Gewinn 5,00€ beträgt?
4. In einer Zellkultur befinden sich Zellen vom Typ  $A$  und vom Typ  $B$ . Der Anteil  $p$  der  $A$ -Zellen ist unbekannt. Die Nullhypothese ist  $H_0 = \{p \leq 0.25\}$ .
- (a) Die Nullhypothese wird durch die Untersuchung einer Stichprobe von 80 Zellen getestet. Geben Sie für einen Binomialtest zum Niveau  $\alpha = 0.025$  den kritischen Wert und die Entscheidungsregel an. Verwenden Sie dazu die beigefügte Tabelle.  
(b) Es wurden 28 Zellen vom Typ  $A$  beobachtet. Darf die Nullhypothese abgelehnt werden?  
(c) Bestimmen Sie die Power des Tests für  $p = 0.29$ .

