

## Übungen zu Mathematik für Biologen

1. Eine Probe von 100g eines radioaktiven Materials wurde fünf Wochen lang beobachtet. Die folgenden Massen wurden festgestellt

abgelaufene Wochen	0	1	2	3	4	5
Masse [in g]	100	18.2	0.711	0.108	0.00585	0.00133

- (a) Bestimmen Sie die Halbwertszeit des Materials durch Regression im exponentiellen Modell. Die Halbwertszeit soll in Stunden angegeben werden.
- (b) Ein Referenzmaterial hat eine bekannte Halbwertszeit von 2.2 Tagen. Welche Masse verbleibt nach fünf Wochen von 100g des Referenzmaterials?
2. Mein Spamfilter tut die Nachrichten, die er für Spam hält, in den Spam-Ordner und die anderen in den Eingangskorb. Im Schnitt kommt jede dritte Mail in den Eingangskorb. Leider kommt es gelegentlich zu Fehlentscheidungen. Daher sind in meinem Spam-Ordner zwar 99% Spam, aber auch 1% echte Mail. Im Eingangskorb finde ich 20% Spam und 80% echte Mail.
- (a) Welcher Anteil meiner Mail ist Spam?
- (b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spamfilter eine echte Mail in den Spam-Ordner verschiebt.
3. Eine Lotterie mit Rubbellosen wird nach den folgenden Regeln gespielt: Lose sind fünfstellig nummeriert von 00000 bis 99999. Wenn mindestens eine Null unter den Ziffern ist, gibt es einen Trostpreis. Wenn alle Ziffern gleich sind und die Losnummer nicht 00000 ist, dann gibt es einen Hauptgewinn.
- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen Hauptgewinn?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen Trostpreis?
- (c) Der Hauptgewinn beträgt 32 000 €, der Trostpreis beträgt 0,50 €. Bestimmen Sie den Erwartungswert für den Gewinn.
- (d) Wie hoch muss — bei unverändertem Hauptgewinn — der Trostpreis sein, damit der Erwartungswert für den Gewinn 5,00€ beträgt?
4. Ein neuer Dünger für Tomatenpflanzen wird unter Laborbedingungen getestet. Zwölf Pflanzen erhielten den alten Dünger. Ihre Erträge in kg sind

Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ertrag $x_j$	2.11	2.32	1.85	2.00	1.25	2.81	1.95	2.05	2.01	1.96	2.55	2.60

Zehn weitere Pflanzen erhielten den neuen Dünger. Ihre Erträge sind

Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ertrag $y_j$	2.21	2.02	1.87	2.15	2.07	2.83	2.90	2.40	2.26	2.10

Die Nullhypothese ist, dass der neue Dünger keine höheren Erträge liefert als der alte. Rechnen Sie einen Test zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.1$ . Beantworten Sie dabei die folgenden Fragen:

- (a) Um was für einen Test handelt es sich: verbunden oder unverbunden, ein- oder zweiseitig?
- (b) Berechnen Sie die Teststatistik.
- (c) Bestimmen Sie das benötigte Quantil aus der beigegeführten Tabelle.
- (d) Kann die Nullhypothese zu dem angegebenen Niveau abgelehnt werden?

## Quantile der $t$ -Verteilung in Abhängigkeit von der Anzahl $f$ der Freiheitsgrade

$f$	Signifikanzniveau $\alpha$						
	90%	95%	97.5%	99%	99.5%	99.9%	99.95
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	3.211	3.435
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.416
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174	3.390
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	3.131	3.340
500	1.283	1.648	1.965	2.334	2.586	3.107	3.310
$\infty$	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291