Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun
D. Kerkmann

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 15.11.2018

Blatt 5

Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

1. Erstellen Sie zwei 4×3-Arrays mit

```
xn = np.arange(3)
yn = -np.arange(4)
X, Y = np.meshgrid(xn, yn)
```

   Geben Sie `X` und `Y` aus. Erzeugen Sie nun dieselben beiden Arrays mittels broadcasting aus `xn` und `yn`, also ohne `meshgrid` und ohne explizites Eintippen. `reshape` und `np.zeros` dürfen benutzt werden.

   Die Elemente der beiden so erzeugten Arrays sollen auch denselben Typ haben wie die von `X` und `Y`. Prüfen Sie den Typ.

2. Das kartesische Blatt ist die ebene Kurve

$$K := \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \middle| h(x, y) = 0\right\} \quad \text{für} \quad h(x, y) = x^3 - y^3 - 3xy.$$

   (a) Zeichnen Sie das kartesische Blatt in einem geeigneten Quadrat mit Hilfe des Pakets `scikit-image`. Das kartesische Blatt besitzt eine Schleife. Sie sollen das Quadrat so wählen, dass es die Schleife enthält. Um eine glatte Kurve zu erhalten, verwenden Sie bitte Interpolation wie in der Vorlesung bei dem Beispiel mit drei Variablen.

   (b) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion h über demselben Quadrat wie in Teil (a).

   (c) Zeichnen Sie die Höhenlinien dieses Graphen bei $z = -2, -1, 0, 1, 2$. Welche davon ist das kartesische Blatt?

   Stellen Sie den Betrachtungswinkel so ein, dass Sie relativ flach auf den Graphen sehen, um die Höhenlinien visuell zu trennen.

3. Zeichnen Sie für $I = \{-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$ und $J = \{-1, 0, 1\}$ den Graphen von

$$h(x, y) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \frac{1}{(x - i)^2 + (y - j)^2}.$$

   Schneiden Sie den Graphen bei $z = 50$ ab. Verwenden Sie einen Contourplot, um das zu bewerkstelligen. Der Definitionsbereich sollte etwas größer als $I \times J$ sein.

4. Zeichnen Sie einen aussagekräftigen Ausschnitt der durch

$$x^2 + y^2 - z^2(1 - z) = 0$$

gegebenen Fläche im $\mathbb{R}^3$. Den Bereich, in dem die Fläche interessant aussieht, sollen Sie selber finden. In der Vorlesung wird lineare Interpolation verwendet, um die Fläche glatt aussehen zu lassen. Das sollten Sie hier auch so machen.

Besprechung: 19. bis 23. November