Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun
D. Kerkmann

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 06.12.2018

Blatt 8

Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

1. Sei $p(x) = 8x^6 - 60x^4 + 90x^2 - 15$. Bestimmen Sie den Wert von p an derjenigen kritischen Stelle, die in der Nähe von 1 liegt. Der Wert soll so angegeben werden, dass man sehen kann, ob er rational ist. Zur Feststellung, welche der kritischen Stellen in der Nähe der 1 liegt, ist die Fließkommadarstellung dagegen zulässig.

2. Bestimmen Sie $s_1(n) := \sum_{j=1}^{n} j^k$ für $k = 1, \dots, 8$ und faktorisieren Sie die Ergebnisse.

   Bestimmen Sie $s_2(k) := \sum_{j=1}^{\infty} j^{-k}$ für $k = 2, \dots, 8$.

   Für ungerades k wird $s_2(k)$ durch die ζ-Funktion ausgedrückt. Schreiben Sie eine Schleife für $k = 2, \dots, 10$, in der Sie für gerades k die Summe symbolisch auswerten und für ungerades k numerisch.

   Hinweis: `k % m` liefert den Rest von k bei Division durch m

   Wenn Sie noch etwas Zeit haben: In Maple wird auch für gerades, großes k der Wert von $s_2(k)$ durch die ζ-Funktion ausgedrückt. Macht `sympy` das auch? Wenn nein, wie viele Stellen hat der Nenner (`denom`) des Bruchs, bei dem Ihnen die Geduld ausgeht?

3. (a) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $(x, y) \mapsto \cos\left(\pi\sqrt{x^2 + y^2}\right)$ über der Kreisscheibe vom Radius 3. Färben Sie den Graphen in Abhängigkeit von den Funktionswerten.
   Hinweis: Gehen Sie ähnlich vor wie bei Aufgabe 3 von Blatt 5.

   (b) Bestimmen Sie den Gradienten von f.
   Hinweis: Zur Bestimmung des Gradienten leiten Sie einmal nach x und einmal nach y ab. Eine spezielle Funktion ist nicht erforderlich.

   (c) Bestimmen Sie die Nullstellen des Gradienten. Kommentieren Sie das Ergebnis: Handelt es sich tatsächlich um Nullstellen? Wurden alle Nullstellen gefunden?

4. Betrachten Sie das Gleichungssystem

$$xy - 4 = 0$$
$$x^3 - y^2 - 1 = 0.$$

   Versuchen Sie mit `solve` eine Lösung zu bekommen. Sollte das nicht gelingen, überlegen Sie sich, was Sie von Hand machen würden, und machen das an der Maschine nach. Wenn Sie das Polynom fünften Grades haben, verwenden Sie `solve` erneut.

   Wie viele reelle Lösungen werden nun gefunden?

   Machen Sie die Probe.

Besprechung: 10. bis 14. Dezember