

Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

- Zeichnen Sie den Graphen der Sinusfunktion über dem Intervall $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.
 - Unter der Annahme, dass der Befehl aus dem ersten Aufgabenteil `plt.plot(x, y)` lautet, zeichnen Sie nun `plt.plot(y, x)`. Welche Funktion ist das?
 - Bestätigen Sie Ihre Antwort aus Teil (b), indem Sie diese Funktion in einem anderen Bild zeichnen lassen. Sorgen Sie dabei dafür, dass die Kurve keine sichtbaren Knicke und dieselbe Farbe wie die entsprechende Kurve aus Teil (a) hat.
- Zeichnen Sie für jede der Farben `C0`, \dots , `C9` eine Linie in dieser Farbe, welche durch den Punkt $(0, j)$ verläuft, wobei j die Nummer der Farbe ist. (`C0` hat die Nummer 0.) Zeichnen Sie dann in einem zweiten Plot für jedes der Farbkürzel aus der Vorlesung ebenfalls eine Linie.
- Führen Sie den folgenden Code aus:

```
tn = np.linspace(-np.pi, np.pi, 300)
xn = np.cos(tn)
yn = np.sin(tn)
plt.plot(xn, yn)
plt.axis('equal');
```

Sie sollten nun einen Kreis sehen. Überlegen Sie sich, wie das funktioniert. Zeichnen Sie nun die Kurve

$$f(t) = \begin{pmatrix} \sqrt{t} \cos(t) \\ \sqrt{t} \sin(t) \end{pmatrix}$$

für t von 0 bis zu demjenigen Wert t_0 , an dem $\|f(t)\|_2 = 10$. Dieses t_0 sollen Sie durch Anwendung von `solve` bestimmen. Zeichnen Sie dann in dasselbe Bild die durch $-f$ über demselben Intervall gegebene Kurve in einer anderen Farbe.

- In dieser Aufgabe soll die Funktion

$$f(x, y) := -\cos(y) \cosh(x) - 4y$$

über dem Rechteck $[-5, 5] \times [-1, 4]$ untersucht werden.

- Erstellen Sie zuerst eine zweidimensionale, farbcodierte Zeichnung mit `imshow`. Achten Sie darauf, die Achsen mit den echten x - und y -Werten zu beschriften.
- Die Zeichnung aus Teil (a) lässt die Existenz von zwei Sätteln vermuten. Bestimmen Sie die kritischen Punkte von f , also die Nullstellen des Gradienten, symbolisch.
- Diese Nullstellen sind nicht alle reell. Erstellen Sie eine Liste der reellen Nullstellen sowie der Werte von f in diesen Nullstellen.

- (d) Ändern Sie nun unter Nutzung des Ergebnisses von Teil (c) die Farbverteilung des Bildes aus (a) so, dass die Sättel deutlich sichtbar werden.

Hinweis: Die Komposition mit \arctan erhöht die Kontraste an den Stellen, an denen sein Argument ungefähr gleich Null ist.

5. Für $a \in \mathbb{R}$ seien die Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$$

und die Funktion

$$f(x, y) = (x, y) \cdot M \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

gegeben. Bestimmen Sie je einen Wert von a , für den M positiv definit, indefinit bzw. positiv semidefinit ist. Zeichnen Sie in allen Fällen einen Plot des Graphen von f . Versuchen Sie, die Unterschiede herauszuarbeiten.

6. (ohne Bewertung) Vergleichen Sie die beiden folgenden Funktionen:

```
def p1():
    res = 0
    for j in range(3):
        res += 4*j**2
    return res
```

```
def p2():
    res = 0
    for j in range(3):
        res += (2j)**2
    return res
```

Überlegen Sie sich für beide Funktionen das Ergebnis. Probieren Sie die beiden Funktionen dann aus. Erklären Sie den Befund.

Bearbeiten Sie bitte die Übungsaufgaben in einem Jupyter-File. Laden Sie bitte Ihr Jupyter-File mit den Lösungen vor dem Abgabetermin in Ihre Gruppe im Ilias hoch. Achten Sie darauf, dass Sie nur ein File hochladen können. Falls Sie aus irgendeinem Grund mehr als ein File hochladen möchten, tun Sie dies bitte in einem Zip-Ordner. Alle Informationen dazu, wie Sie die Aufgaben anschließend in Ihrer Übung vorstellen, finden Sie auf der [Übungsseite im Ilias](#).