

Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

1. Faktorisieren Sie

$$(1+x)^{12} + (1-x)^{12}$$

2. Faktorisieren Sie $x^n - 1$ für $n = 255, 256, 257$.

Es handelt sich um Kreisteilungspolynome, die in der Vorlesung "Algebra" eine Rolle spielen werden. Welche der drei angegebenen Zahlen ist prim?

3. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)^5}{(1+\cos(\pi x))^2 \sin(\pi x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x} - 1 + 2x}{1 - \cos(3x)},$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x^2}\right), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{1}{x^2}\right), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x \sin\left(\frac{1}{x^2}\right).$$

4. Bestimmen Sie das einzige reelle t , für welches der Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{t \sin(\pi x)}{(\sin(\frac{\pi}{4}x) - \cos(\frac{\pi}{4}x))^2} + \frac{8}{(x-1)\pi} \right)$$

existiert.

Hinweis: Bestimmen Sie den Grenzwert in Abhängigkeit von t . Lesen Sie dann den gesuchten Wert ab. (Später werden wir Gleichungen mit `sympy` lösen, in diesem Fall ist die Lösung aber leicht zu sehen.) Setzen Sie schließlich den gefundenen Wert für t ein und berechnen Sie den Grenzwert probenhalber noch einmal.

5. Es seien

$$a = \frac{\sin(x)}{x} \quad \text{und} \quad b = \frac{\cos(x)}{1+x}.$$

Bringen Sie $a^{15} + b^{15}$ auf den Hauptnenner.

Hinweis: Lesen Sie die Hilfeseite zu `together`.

6. Überzeugen Sie sich, dass $\cos(\arccos(x))$ zu x vereinfacht wird. Die umgekehrte Vereinfachung $\arccos(\cos(y)) = y$ führt `simplify` nur aus, wenn die Option `inverse=True` angegeben wird. Probieren Sie das aus. Diese Gleichheit gilt allerdings nicht für alle y . Geben Sie einen Wert von y an, für den sie nicht gilt.

Bearbeiten Sie bitte die Übungsaufgaben in einem Jupyter-File. Laden Sie bitte Ihr Jupyter-File mit den Lösungen vor dem Abgabetermin in Ihre Gruppe im Ilias hoch. Achten Sie darauf, dass Sie nur ein File hochladen können. Falls Sie aus irgendeinem Grund mehr als ein File hochladen möchten, tun Sie dies bitte in einem Zip-Ordner. Alle Informationen dazu, wie Sie die Aufgaben anschließend in Ihrer Übung vorstellen, finden Sie auf der [Übungsseite im Ilias](#).

Die ersten 6 Blätter bilden die erste, die zweiten 6 Blätter die zweite Hälfte des Kurses. An der Klausur kann nur teilnehmen, wer in jedem der beiden Teile mindestens 40% der jeweils möglichen Punkte erworben hat.

Die Zulassung zur Prüfung verfällt, wenn weder an der 1. noch der 2. Klausur zu dieser Vorlesung teilgenommen wird. Wer allerdings bereits einmal durchgefallen ist und die Prüfung noch nicht bestanden hat, kann die Klausur wiederholen, solange die von der Prüfungsordnung vorgegebene Zahl an Versuchen nicht überschritten wird.

Abgabe: Do, 12.11.2020, 10:30

Vorstellung: 47. Kalenderwoche