

## Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

1. In der Analysis I haben Sie gelernt, dass die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{1}{x^2}\right), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$$

im Ursprung beliebig oft differenzierbar ist und dass  $f^{(n)}(0) = 0$  für alle  $n \in \mathbb{N}_0$ . Überprüfen Sie das für die ersten zehn Ableitungen in einer Schleife, indem Sie jeweils  $\lim_{x \rightarrow 0} f^{(n)}(x)$  ausgeben lassen.

2. Gegeben sei die Funktion  $f(x) = x \sin(3x) \cos(x)$ .
- (a) Bestimmen Sie eine Stammfunktion.
  - (b) Bestimmen Sie die zur Bestimmung der Stammfunktion benötigte Zeit.
  - (c) Expandieren Sie  $f$  als Polynom in  $\sin(x)$  und  $\cos(x)$ . Diese Funktion nennen Sie  $g$ .
  - (d) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von  $g$ .
  - (e) Bestimmen Sie die zur Bestimmung der Stammfunktion von  $g$  benötigte Zeit.
  - (f) Stimmen die beiden Stammfunktionen überein?

3. Versuchen Sie, das bestimmte Integral  $\int_0^1 \frac{e^x}{1-x} dx$  symbolisch zu berechnen. Diese Aufgabe wird scheitern. Versuchen Sie anschließend, den Wert numerisch zu bestimmen.

Überlegen Sie sich anschließend, dass  $\int_0^1 \frac{e^x}{1-x} dx > \int_0^1 \frac{dx}{1-x}$  und bestimmen Sie das Integral auf der rechten Seite symbolisch. Schreiben Sie zwei Zeilen dazu, wie das Ergebnis zu interpretieren ist.

4. Schreiben Sie eine Schleife, mit der Sie für alle Belegungen der drei Variablen  $a$ ,  $b$  und  $c$  mit den Werten **True** und **False** die beiden Werte  $(a \wedge b) \vee c$  und  $(a \vee c) \wedge (b \vee c)$  nebeneinander stellen.

*Hinweis:*  $\wedge$  ist “und” und  $\vee$  ist “oder”.

5. Kehren Sie zu Aufgabe 1 zurück und schreiben Sie eine Schleife, an deren Ende die Variable `ergebnis` den Wert `True` hat, wenn die Aussage für die ersten 30 Ableitungen stimmt, und `False`, wenn nicht.

Bearbeiten Sie bitte die Übungsaufgaben in einem Jupyter-File. Laden Sie bitte Ihr Jupyter-File mit den Lösungen vor dem Abgabetermin in Ihre Gruppe im Ilias hoch. Achten Sie darauf, dass Sie nur ein File hochladen können. Falls Sie aus irgendeinem Grund mehr als ein File hochladen möchten, tun Sie dies bitte in einem Zip-Ordner. Alle Informationen dazu, wie Sie die Aufgaben anschließend in Ihrer Übung vorstellen, finden Sie auf der [Übungsseite im Ilias](#).

Die ersten 6 Blätter bilden die erste, die zweiten 6 Blätter die zweite Hälfte des Kurses. An der Klausur kann nur teilnehmen, wer in jedem der beiden Teile mindestens 40% der jeweils möglichen Punkte erworben hat.

Die Zulassung zur Prüfung verfällt, wenn weder an der 1. noch der 2. Klausur zu dieser Vorlesung teilgenommen wird. Wer allerdings bereits einmal durchgefallen ist und die Prüfung noch nicht bestanden hat, kann die Klausur wiederholen, solange die von der Prüfungsordnung vorgegebene Zahl an Versuchen nicht überschritten wird.

**Abgabe:** Do, 19.11.2020, 10:30

**Vorstellung:** 48. Kalenderwoche