

Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

1. Für $a \in \mathbb{R}$ betrachten Sie bitte die Gleichung

$$x(x - 1 - a)(x + 1 + a) = a.$$

Bestimmen Sie die drei Lösungen und setzen Sie dort $a = 0$. Sie erhalten verhältnismäßig komplizierte Ausdrücke. Aus der Gleichung ist ersichtlich, dass es sich bei diesen Ausdrücken um die Zahlen 0, 1 und -1 handelt. Geben Sie diese Ausdrücke aus und stellen Sie fest, welcher zu welcher Zahl gehört.

2. Es gibt eine trigonometrische Formel der Form

$$\cos(15x) = \sum_{j=0}^{15} a_j \cos(x)^j \sin(x)^{15-j}.$$

Bestimmen Sie diese Formel, indem Sie den Realteil von $(e^{ix})^{15}$ auf zwei verschiedene Weisen bestimmen. Überprüfen Sie anschließend Ihre Formel, indem Sie die Differenz zwischen beiden Seiten zu Null vereinfachen.

3. Bestimmen Sie denjenigen Wert von a , für den die Funktionen $f(x) = x \log(x + a)$ und $g(x) = ax$ sich in $x = 2$ schneiden.
4. Zeichnen Sie die Funktionen f und g aus Aufgabe 3 für den in Aufgabe 3 gefundenen Wert a gemeinsam in ein Bild. Machen Sie das einmal mit einem Einzeiler in der Standardeinstellung und einmal mit Legende und so, dass die beiden Graphen verschiedene Farben haben.
5. Bestimmen Sie mit `solveset` die reellen Lösungen der Gleichung

$$\sin(x) = \cos(3x).$$

`solveset` gibt eine Menge M aus, durch die man mit `for m in M:` iterieren kann.

- (a) Geben Sie die ersten 15 Elemente mit `display` aus.
- (b) Finden Sie dann unter den ersten 50 Elementen alle, die im Intervall $J = [0, 2\pi[$ liegen. Wie viele sind das?

- (c) Zeichnen Sie die beiden Graphen über J um sich zu überzeugen, dass Sie in Teil (b) die richtige Anzahl von Lösungen gefunden haben.

Hinweis: Numerische Auswertungen sind nicht erforderlich.

Um die `for`-Schleife nach einer gewissen Anzahl von Durchläufen abubrechen, lässt man einen Zähler mitlaufen; wenn der Zähler die gewünschte Anzahl erreicht hat, wird `break` ausgeführt.

Bearbeiten Sie bitte die Übungsaufgaben in einem Jupyter-File. Laden Sie bitte Ihr Jupyter-File mit den Lösungen vor dem Abgabetermin in Ihre Gruppe im Ilias hoch. Achten Sie darauf, dass Sie nur ein File hochladen können. Falls Sie aus irgendeinem Grund mehr als ein File hochladen möchten, tun Sie dies bitte in einem Zip-Ordner. Alle Informationen dazu, wie Sie die Aufgaben anschließend in Ihrer Übung vorstellen, finden Sie auf der [Übungsseite im Ilias](#).

Abgabe: Do, 03.12.2020, 10:30

Vorstellung: 50. Kalenderwoche