

Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

1. Es sei

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{9 + 2 \cos(x) + \sin(x)}.$$

- (a) Bestimmen Sie eine Stammfunktion F von f .
- (b) Bestimmen Sie das bestimmte Integral $\int_0^{2\pi} f(x) dx$ direkt.
- (c) Bestimmen Sie das bestimmte Integral aus Teil (b) mittels der Stammfunktion aus Teil (a).
- (d) Vergleichen Sie die Ergebnisse der Teile b) und c).

2. Es seien

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2+9} \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{x+2}{x^2-9}.$$

- (a) Bestimmen Sie Stammfunktionen F bzw. G von f bzw. g .
- (b) Überzeugen Sie sich, dass tatsächlich $F' = f$ und $G' = g$.
- (c) Bestimmen Sie $G(0)$. Was fällt auf?
- (d) Prüfen Sie, ob die Gleichung

$$\int_0^1 g(x) dx = G(1) - G(0)$$

trotzdem stimmt.

3. Bestimmen Sie das Integral

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin(x)}{\sin(2x) + 3} dx$$

symbolisch. Das Integral ist von der Form $a\pi + b$, $a, b \in \mathbb{Q}$. Die Zahlen a und b müssen abgelesen werden können.

Hinweis: Der Integrand muss zuerst mit Hilfsmitteln aus früheren Vorlesungen umgeformt werden.

4. Bestimmen Sie das Integral aus Aufgabe 3 numerisch. Lesen Sie die zugehörige Hilfe und bestimmen Sie das Integral mit einer Präzision von 200 Stellen.

Unterscheiden sich die beiden Resultate? Nehmen Sie in wenigen Zeilen in einer Textzelle dazu Stellung.

5. Es sei $-1 < q < 1$.

- (a) Bestimmen Sie

$$a(q) = \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)q^j.$$

- (b) Bestimmen Sie

$$b(q) = \sum_{j=0}^{\infty} q^{j+2}.$$

(Das hätten Sie auch im Kopf gekonnt.)

- (c) Überzeugen Sie sich, dass $b'' = a$.

Bearbeiten Sie bitte die Übungsaufgaben in einem Jupyter-File. Laden Sie bitte Ihr Jupyter-File mit den Lösungen vor dem Abgabetermin in Ihre Gruppe im Ilias hoch. Achten Sie darauf, dass Sie nur ein File hochladen können. Falls Sie aus irgendeinem Grund mehr als ein File hochladen möchten, tun Sie dies bitte in einem Zip-Ordner. Alle Informationen dazu, wie Sie die Aufgaben anschließend in Ihrer Übung vorstellen, finden Sie auf der [Übungsseite im Ilias](#).

Abgabe: Do, 10.12.2020, 10:30

Vorstellung: 51. Kalenderwoche