

Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

1. Für $t \in [-\pi, \pi]$ seien $x = \cos t$ und $y = \sin t$. Zeichnen Sie die beiden Funktionen $\arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ und $\text{atan2}(y, x)$ in ein Bild. Verwenden Sie unterschiedliche Farben für die beiden Graphen.

Optional: Der Graph von $\arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ hat Sprünge. Zeichnen Sie den Graphen so, dass die Kurven an diesen Sprüngen nicht durchgezogen werden.

2. Mit f_n bezeichnen wir die Taylorsche Entwicklung von $\cos x$ im Ursprung zur Ordnung n (also mit Fehlerterm $O(x^n)$). Zeichnen Sie \cos sowie f_{11} , f_{20} und f_{50} in ein Bild. Wählen Sie für jeden Graphen eine andere Farbe. Das Intervall, über dem die Graphen gezeigt werden, soll so groß gewählt werden, dass man einen Unterschied zwischen \cos und f_{50} erkennen kann.

Hinweis: Schneiden Sie den Graphen nach oben und unten ab. Dies geschieht, indem der Funktion `plot` die Option `ylim=(-2,2)` übergeben wird.

3. Drücken Sie $\sin^4 \frac{x}{2}$ durch ein Polynom in $\sin x$ und $\cos x$ aus.

Hinweis: Verwenden Sie eine spezielle Bewertungsfunktion wie in der Vorlesung.

4. Seien $x, y > 0$. Vereinfachen Sie $4 \log(x) - 2 \log(xy)$ zum Ausdruck $\log \frac{x^2}{y^2}$, indem Sie `simplify` mit einer geeigneten Bewertungsfunktion anwenden.

5. (a) Bestimmen Sie so viele Koeffizienten der Taylorentwicklung von

$$f(x) = \log \frac{1}{1+x^2}$$

im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$, wie Sie brauchen, um die allgemeine Formel zu erraten.

- (b) Bestimmen Sie dann den Reihenwert der in Teil (a) erratenen Formel in dem Intervall, in dem die Reihe konvergiert (also für $|x| \leq 1$). Nennen Sie den Reihenwert g .
- (c) Formen Sie f und g nötigenfalls so zu Ausdrücken f_1 und g_1 um, dass der Vergleich `f1 == g1` die Antwort `True` ergibt.

Bearbeiten Sie bitte die Übungsaufgaben in einem Jupyter-File. Laden Sie bitte Ihr Jupyter-File mit den Lösungen vor dem Abgabetermin in Ihre Gruppe im Ilias hoch. Achten Sie darauf, dass Sie nur ein File hochladen können. Falls Sie aus irgendeinem Grund mehr als ein File hochladen möchten, tun Sie dies bitte in einem Zip-Ordner. Alle Informationen dazu, wie Sie die Aufgaben anschließend in Ihrer Übung vorstellen, finden Sie auf der [Übungsseite im Ilias](#).