

Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

1. Bestimmen Sie für

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \\ \vdots \\ 144 \end{pmatrix}$$

den Rang von $v^T \cdot v$ und den von $v \cdot v^T$. Wieso ist das Ergebnis eigentlich schon von vorneherein klar?

2. Es sei H die 15×15 -Hilbertmatrix. Die Matrix A entstehe aus H dadurch, dass das Element $\frac{1}{29}$ in der rechten unteren Ecke ersetzt wird durch $\frac{1}{29} + x$ für eine Unbekannte x . Bestimmen Sie denjenigen Wert von x , für den A nicht invertierbar ist, und zwar sowohl als Bruch als auch als Fließkommazahl.

Hinweis: Nutzen Sie die Determinante.

3. Es seien x_1, \dots, x_6 Unbestimmte. Erstellen Sie für $n = 2, \dots, 6$ die Vandermonde Matrix

$$V_n = \left(x_j^{i-1} \right)_{i,j=1,\dots,n}.$$

indem Sie den Konstruktor `Matrix` mit einer Funktion aufrufen (also ähnlich wie bei den Hilbert-Matrizen in der Vorlesung). Berechnen Sie jeweils die Determinante von V_n und faktorisieren Sie diese.

Hinweis: Für $n = 6$ wird es schon schwierig. Man kann unter `?V.det` nachsehen, welche alternativen Verfahren angeboten werden und eines davon auswählen. Wenn man dann auf überflüssige Ausgaben von Zwischenergebnissen verzichtet, ist $n = 6$ in wenigen Sekunden zu schaffen.

4. Es sei $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y, z) = xy + y^2 z^z + x + y + z.$$

Bestimmen Sie den Gradienten und die Hessematrix zu Fuß, also ohne die Funktion `hessian`, die es tatsächlich auch gibt.

5. Es sei A eine 3×4 -Matrix. Ihre Gramsche Determinante ist definiert als $\det(A \cdot A^T)$. Der Satz von Binet-Cauchy sagt

$$\det(A \cdot A^T) = \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < i_3 \leq 4} \det(a_{j,i_k})_{\substack{j=1,2,3 \\ k=1,2,3}}^2.$$

Überprüfen Sie diese Formel für ein A , welches aus 12 Unbestimmten besteht.

Bearbeiten Sie bitte die Übungsaufgaben in einem Jupyter-File. Laden Sie bitte Ihr Jupyter-File mit den Lösungen vor dem Abgabetermin in Ihre Gruppe im Ilias hoch. Achten Sie darauf, dass Sie nur ein File hochladen können. Falls Sie aus irgendeinem Grund mehr als ein File hochladen möchten, tun Sie dies bitte in einem Zip-Ordner. Alle Informationen dazu, wie Sie die Aufgaben anschließend in Ihrer Übung vorstellen, finden Sie auf der [Übungsseite im Ilias](#).

Frohe Feiertage!



Abgabe: Do, 07.01.2021, 10:30

Vorstellung: 2. Kalenderwoche