Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

Düsseldorf, den 20.10.2022

Blatt 2

Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

1. Es seien $a = (1+x)^{12}$ und $\mathrm{b} = (1-x)^{12}$.
   (a) Faktorisieren Sie $a+b$ und $a-b$.
   (b) Addieren Sie die faktorisierten Formen von $a+b$ und $a-b$ und fassen Sie sie anschließend so zusammen, dass $2a$ herauskommt.

2. In Aufgabe 1 von Blatt 1 hatten Sie den Ausdruck
$$\left(8^{18}+0.3\right)^3 - 8^{54} - 0.9 \cdot 8^{36}$$
auf zwei verschiedene Arten berechnet, und zwar einmal, indem Sie die Fließkommazahlen 0.3 und 0.9 als solche eingegeben haben, und einmal, indem Sie sie durch Brüche ersetzt haben.

   Konstruieren Sie nun eine Zuweisung der Form `f = ...`, so dass

```
f.subs(a, 0.3).subs(b, 0.9)
```

   das erste der beiden Ergebnisse und eine geeignet modifizierte Substitution das zweite Ergebnis ergibt.

   Das ergibt natürlich dieselbe Diskrepanz wie auf Blatt 1. Ersetzen Sie nun für genügend großes n die Parameter a und b durch n-stellige Fließkommadarstellungen von 0.3 bzw. 0.9. Probieren Sie ein bisschen herum, bis Sie ein n gefunden haben, so dass das Ergebnis der Rechnung in n-stelligen Fließkommazahlen bis auf mindestens fünf Stellen mit dem genauen Ergebnis übereinstimmt.

   Das gefundene n braucht nicht optimal zu sein. Wenn Sie `for`-Schleifen bereits kennen, dürfen Sie auch damit arbeiten.

3. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte
$$a = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)^5}{(\cos(\pi x + 1))^2 \sin(3\pi x)}, \qquad b = \lim_{x \to 0} x \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)$$
$$c = \lim_{x \to 0} x \cot(\pi x), \qquad d = \lim_{d \to \infty} \frac{\log(x)^{10}}{\sqrt{x}}.$$

4. Sei
$$a = \frac{t \cos^2(x)}{(1-\sin(x))(\sin(3x)+1)} - \frac{2}{(2x-\pi)^2}.$$
   (a) Bestimmen Sie $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} a$.
   (b) Bestimmen Sie $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{1}{a}$.
   (c) Die erste Ausgabe ist ein bisschen kryptisch, die zweite scheint klar. Bestimmen Sie denjenigen Wert von t, für den einer der beiden Faktoren der ersten Ausgabe verschwindet. (Diesen Wert lesen Sie einfach ab.) Setzen Sie dieses t in a ein und bestanden Sie $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{1}{a}$ erneut.

Vorstellung: 43. Kalenderwoche