

Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

1. Es gibt eine trigonometrische Formel der Form

$$\sin(12x) = \sum_{j=0}^{12} a_j \cos(x)^j \sin(x)^{12-j}.$$

Bestimmen Sie diese Formel, indem Sie den Imaginärteil von $(e^{ix})^{12}$ auf zwei verschiedene Weisen bestimmen. Überprüfen Sie anschließend Ihre Formel, indem Sie die Differenz zwischen beiden Seiten zu Null vereinfachen.

2. Bestimmen Sie mit `solveset` die Lösungen der Gleichung

$$\sin(2x) = \cos(3x).$$

`solveset` gibt eine Menge M aus, durch die man mit `for m in M:` iterieren kann.

- (a) Geben Sie die ersten 10 Elemente mit `display` aus.
- (b) Finden Sie dann unter den ersten 50 Elementen alle, die im Intervall $J = [0, 2\pi[$ liegen. Wie viele sind das?
- (c) Zeichnen Sie die beiden Graphen über J , um sich zu überzeugen, dass Sie in Teil (b) die richtige Anzahl von Lösungen gefunden haben.

Hinweis: Numerische Auswertungen sind nicht erforderlich.

3. Gegeben sind die beiden Ellipsen

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 2y^2 = 4\}, \quad B = \left\{ (\xi, \eta) \in \mathbb{R}^2 \mid 3(\xi + \eta)^2 + \frac{1}{2}(\xi - \eta)^2 = 9 \right\}.$$

Sie schneiden sich in vier Punkten. Bestimmen Sie diese vier Punkte.

4. Zeichnen Sie die beiden Ellipsen aus Aufgabe 3.

Hinweis: Sie können jeweils die obere und die untere Hälfte als Funktion plotten; für den Einheitskreis würde man also

```
plot(-sqrt(1-x**2), sqrt(1-x**2), (x, x1, x2))
```

verwenden, wobei beim Einheitskreis $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$. Diese Grenzen bestimmen Sie bitte mit `solve` oder `solveset`.

Man kann mittels `p1.extend(p2)` einen Plot zu einem anderen hinzufügen.