

Übungen zur Computergestützten Mathematik zur Analysis

1. Es sei $-1 < x < 1$.

(a) Bestimmen Sie

$$a(x) = \sum_{j=0}^{\infty} (j+1)x^j.$$

(b) Bestimmen Sie

$$b(x) = \sum_{j=0}^{\infty} x^{j+1}.$$

(Das hätten Sie auch im Kopf gekonnt.)

(c) Überzeugen Sie sich, dass $b' = a$.

2. Für $n \in \mathbb{N}$ sei

$$a_n = (-1)^n n^2 - (-1)^n \left(n - \frac{1}{n^3} \right)^2,$$

Bestimmen Sie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Anmerkung: In der ersten Auflage schreiben wir noch zwei Seiten über diese Reihe. Jetzt wird sie in einer Sekunde berechnet.

3. Bestimmen Sie das kleinste $n \in \mathbb{N}_0$, für das

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\cos(\pi x) + 1)^2 \sin(\pi x^2)}{(x+1)^n}$$

einen von 0 verschiedenen endlichen Wert besitzt. Verwenden Sie dazu eine Schleife.

4. Es sei

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{4 + 2 \cos(x) + \sin(x)}.$$

(a) Bestimmen Sie eine Stammfunktion F von f .

(b) Bestimmen Sie das bestimmte Integral $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ direkt.

(c) Bestimmen Sie das bestimmte Integral aus Teil (b) mittels der Stammfunktion aus Teil (a).

(d) Vergleichen Sie die Ergebnisse der Teile b) und c).

Dies ist das erste Blatt der zweiten Hälfte des Semesters. In jeder Hälfte müssen mindestens 40% der Aufgaben gelöst werden, um die Zulassung zu erwerben.

Vorstellung: 49. Kalenderwoche