Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 11.07.2017

Blatt 13

Übungen zur Funktionentheorie

1. Es sei $f \in \operatorname{Aut}(\hat{\mathbb{C}})$ bestimmt durch $f(0) = 1$, $f(1) = 2$ und $f(2) = 0$.
   (a) (7P) Schreiben Sie f als Möbiustransformation.
   (b) (3P) Zeigen Sie $f^2 = f^{-1}$. (Hierbei ist f^2 als $f \circ f$ gemeint.)

2. Es seien $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ paarweise verschieden und es sei $z \in \mathbb{C}$.
   (a) (Je 3P) Bestimmen Sie $\mathrm{DV}(z, \infty, z_2, z_3)$, $\mathrm{DV}(z, z_1, \infty, z_3)$ und $\mathrm{DV}(z, z_1, z_2, \infty)$.
   (b) (1P) Bestimmen Sie $\mathrm{DV}(\infty, z_1, z_2, z_3)$.

3. (a) (4P) Es sei $Q = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z > 0, \operatorname{Im} z > 0\}$ der erste Quadrant. Geben Sie eine biholomorphe Abbildung $\psi\colon Q \to \mathbb{D}$ an.
   Hinweis: Wenn Sie eine biholomorphe Abbildung zwischen Q und $\mathbb{H}$ gefunden haben, können Sie im zweiten Schritt die Cayley-Abbildung verwenden.
   (b) (6P) Es sei $G = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z > 0, |z| < 2\}$. Geben Sie eine biholomorphe Abbildung $\phi\colon G \to \mathbb{D}$ an.
   Hinweis: Das Beispiel 24.14 gibt einen Hinweis, wie man Aufgabenteil (b) auf den Aufgabenteil (a) zurückführen kann.

4. (10P) Sei G wie in Aufgabe 3. Geben Sie einen Punkt $w \in \mathbb{D}$ zusammen mit einer biholomorphen Abbildung $\psi\colon \mathbb{C} \setminus \overline{G} \to \mathbb{D} \setminus \{w\}$ an.

Abgabe: Di, 18.07.2017, 10:20

Besprechung: 25. bis 27. Juli