

## Übungen zur Funktionentheorie

1. Sei  $f(z) = \frac{1}{(z^2 + 4)(z - 4)}$ . Bestimmen Sie

- (a) (3P) die Taylorreihe von  $f$  in  $B_2(0)$ ,
- (b) (4P) die Laurentreihe von  $f$  in  $\text{RG}(0, 4, 2)$ ,
- (c) (3P) die Laurentreihe von  $f$  in  $\text{RG}(0, \infty, 4)$ .

*Hinweis:* Machen Sie zuerst eine Partialbruchzerlegung.

2. (a) (2P) Bestimmen Sie die Potenzreihe von  $\arctan$  in  $B_1(0)$ .

*Hinweis:* Gehen Sie vor wie in Beispiel 14.4 (c).

- (b) (3P) Bestimmen Sie die Laurentreihe von  $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$  in  $\text{RG}(0, \infty, 1)$ .
- (c) (2P) Geben Sie eine Stammfunktion von  $f$  in  $\text{RG}(0, \infty, 1)$  an.
- (d) (3P) Verwenden Sie (c), um Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$  in  $\mathbb{R}$  zu bestimmen, so dass

$$\arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{x^n} \text{ für } 1 < x, \quad \arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{x^n} \text{ für } x < -1.$$

**Abgabe:** Di, 06.06.2017, 10:20

**Besprechung:** 20., 14. und 22. Juni