

Übungen zur Funktionentheorie

1. (a) (1P) Geben Sie ohne aufwändige Rechnung $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b < a + 4$ an, so dass

$$a \leq \int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + \cos(x)^2} dx \leq b.$$

- (b) (9P) Bestimmen Sie

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + \cos(x)^2} dx$$

unter Verwendung des Residuensatzes. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis anhand von Teil (a).

2. (a) (3P) Es sei $f(z) = 4 + z^2$. Bestimmen Sie alle Punkte $z \in \mathbb{C}$, für welche $f(z)$ reell ist. Es seien $M_+ = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im} \log(f(z)) > 0\}$ und $M_- = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im} \log(f(z)) < 0\}$. Skizzieren Sie M_+ und M_- .
- (b) (5P) Wiederholen Sie dasselbe für $f(z) = z(1 - z)$.
- (c) (2P) Wie oft wird in Aufgabenteil (b) beim Durchlaufen des Wegs $\partial B_4^+(0)$ von M_+ nach M_- gewechselt und wie oft umgekehrt? Was hat diese Frage mit dem Nullstellenzahlintegral zu tun?

Abgabe: Di, 13.06.2017, 10:20

Besprechung: 20., 14. und 22. Juni