

## Übungen zu Analysis I

14. Welche der folgenden Reihen konvergieren?

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} & \text{(b)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1} \\ \text{(c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1} & \text{(d)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (3 + (-1)^n)^{-n} \end{array}$$

15. Sei  $k$  eine feste natürliche Zahl.

- (a) Zeigen Sie mit dem Quotientenkriterium, dass die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^k}{2^n}$  konvergiert.
- (b) Was ist  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{2^n}$  ?

16. Untersuchen Sie (unter Benutzung des Quotientenkriteriums), für welche reellen Zahlen  $x$  die Reihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^n \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n$$

konvergieren.

17. Geben Sie eine Zahl  $N$  an, für die

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{n} > 1000$$

gilt und die eine Zehnerpotenz ist.

18. Finden Sie eine Nullfolge  $(a_n)$ , so dass  $a_n > 0$  für alle  $n$  und so dass  $\sum_n (-1)^n a_n$  nicht konvergiert.

**Abgabe:** Dienstag, den 19. Mai 2009, 11.10 Uhr