Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2009
16. Juni 2009
Blatt 9

Übungen zu Analysis I

36. Berechnen Sie Real- und Imaginärteil aller komplexen Zahlen z, für die gilt:
    (a) $\frac{1}{z} = 3 + 4\mathrm{i}$
    (b) $z^2 = 3 - 4\mathrm{i}$
    (c) $z^3 = 8$
    (d) $z^3 = -8$

37. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:
    (a) $f(x) = \sin(\cos(\sin x))$
    (b) $f(x) = \dfrac{x \sin x}{e^x}$
    (c) $f(x) = x \log x - x$
    (d) $f(x) = a^x$ mit festem $a > 0$.

38. Definieren Sie $f\colon]0,\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ durch $f(x) := x^x$. Berechnen Sie $\lim\limits_{x\searrow 0} f(x)$, $f'(x)$ und $\lim\limits_{x\searrow 0} f'(x)$.

39. Zeigen Sie, dass es keine differenzierbaren Funktionen $f, g\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ gibt mit $f(0) = g(0) = 0$ und $f(x)g(x) = x$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

40. Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ mit $\alpha > 1$. Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ konvergiert, indem Sie die Vorgehensweise von Aufgabe 22 verallgemeinern.

Abgabe: Dienstag, den 23. Juni 2009, 11.10 Uhr