

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS I

1. Für eine Menge X bezeichne $\mathcal{P}(X)$ die Potenzmenge. Berechnen Sie $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))))$.
2. Es sei X eine Menge und $\mathcal{M} \subset \mathcal{P}(X)$ ein Mengensystem auf X . Beweisen Sie die de Morgan'schen Regeln:

$$(a) \left(\bigcup_{M \in \mathcal{M}} M \right)^c = \bigcap_{M \in \mathcal{M}} M^c,$$

$$(b) \left(\bigcap_{M \in \mathcal{M}} M \right)^c = \bigcup_{M \in \mathcal{M}} M^c.$$

3. Zeigen Sie die folgenden Aussagen über die Urbilder von Vereinigungen und Durchschnitten. Hierbei sei $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung und \mathcal{N} ein Mengensystem auf Y .

$$(a) f^{-1}\left(\bigcup_{N \in \mathcal{N}} N\right) = \bigcup_{N \in \mathcal{N}} f^{-1}(N),$$

$$(b) f^{-1}\left(\bigcap_{N \in \mathcal{N}} N\right) = \bigcap_{N \in \mathcal{N}} f^{-1}(N).$$

4. Beweisen Sie die nachstehenden Teilbarkeitsaussagen:
 - (a) $2^{3n} - 1$ ist teilbar durch 7 für alle $n \in \mathbb{N}$.
 - (b) $3^{2n+1} + 1$ ist teilbar durch 4 für alle $n \in \mathbb{N}$.

Abgabe: Fr., 20.04.2012, 10.25 Uhr

Besprechung: Mi., 25.04.2012 und Do., 26.04.2012