Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
PD. Dr. Axel Grünrock

SoSe 2014
09.05.2014
Blatt 4

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS I

13. Herr K. will durch regelmässige Zahlungen am Jahresende innerhalb von 25 Jahren 200.000 Euro sparen. Wieviel muss er am Ende jeden Jahres einzahlen, um am Ende des 25. Jahres diesen Betrag zu erreichen, wenn

(a) sein Kapital und die bereits gutgeschriebenen Zinsen bzw.

(b) nur seine Ratenzahlungen, aber nicht die bereits erlangten Zinsen

mit jährlich 2% verzinst werden?

Hinweise: Geometrische und arithmetische Summenformel. Am Ende der Rechnung ist ausnahmsweise die Benutzung eines Taschenrechners zu empfehlen.

14. Rekapitulieren Sie die Anordnungsaxiome (A1) - (A3) und die damit zusammenhängenden Begriffe und Bezeichnungen (kurze Zusammenfassung, ca. $\frac{1}{4}$ Seite). Beweisen Sie die Folgerungen 5., 8. und 9. aus diesen Axiomen, das sind:

(a) $x < y$ und $a < 0$ implizieren $ax > ay$,

(b) aus $x > 0$ folgt $\frac{1}{x} > 0$,

(c) $0 < x < y$ impliziert $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$.

Hierbei können Sie alle jeweils vorangehenden Folgerungen aus den Axiomen benutzen. Machen Sie in jedem Schritt kenntlich, welches Axiom bzw. welche Folgerung Sie verwenden.

15. Zeigen Sie die folgende Variante der Bernoullischen Ungleichung: Für $0 \leq x \leq 1$ und $n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$(1-x)^n \leq \frac{1}{1+nx}.$$

Bitte wenden!

16. Zeigen Sie:

(a) Für jedes $c \in \mathbb{C}^*$ besitzt die Gleichung $z^2 = c$ (in $\mathbb{C}$) genau zwei Lösungen.

(b) Jede quadratische Gleichung

$$w^2 + \lambda w + \mu = 0$$

mit $\lambda, \mu \in \mathbb{C}$ besitzt die Lösungen $w_{1,2} = -\frac{\lambda}{2} \pm \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} - \mu}$, wobei $\pm\sqrt{c}$ die Lösungen der Gleichung $z^2 = c$ aus Teil (a) bezeichnet.

Abgabe: Fr., 16.05.2014, 10.25 Uhr

Besprechung: Mi., 21.05.2014 und Do., 22.05.2014