

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS I

1. Für eine Menge X bezeichne $\mathcal{P}(X)$ die Potenzmenge. Berechnen Sie $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))))$.
2. Es sei X eine Menge und $\mathcal{M} \subset \mathcal{P}(X)$ ein Mengensystem auf X . Beweisen Sie die de Morgan'schen Regeln:

$$(a) \left(\bigcup_{M \in \mathcal{M}} M \right)^c = \bigcap_{M \in \mathcal{M}} M^c,$$

$$(b) \left(\bigcap_{M \in \mathcal{M}} M \right)^c = \bigcup_{M \in \mathcal{M}} M^c.$$

3. Gegeben seien Mengen X und Y mit Teilmengen $M \subset X$ und $N \subset Y$. Das kartesische Produkt $M \times N$ fassen wir als Teilmenge der Grundmenge $X \times Y$ auf. Zeigen Sie, dass im allgemeinen

$$(M \times N)^c \neq M^c \times N^c.$$

Finden Sie eine korrekte Darstellung von $(M \times N)^c$ als Vereinigung von kartesischen Produkten von M , N sowie ihren Komplementen, und beweisen Sie diese.

4. Zeigen Sie die folgenden Aussagen über die Urbilder von Vereinigungen und Durchschnitten. Hierbei sei $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung und \mathcal{N} ein Mengensystem auf Y .

$$(a) f^{-1}\left(\bigcup_{N \in \mathcal{N}} N\right) = \bigcup_{N \in \mathcal{N}} f^{-1}(N),$$

$$(b) f^{-1}\left(\bigcap_{N \in \mathcal{N}} N\right) = \bigcap_{N \in \mathcal{N}} f^{-1}(N).$$

Abgabe: Fr., 24.04.2015, 10.25 Uhr

Besprechung: Mi., 29.04.2015 und Do., 30.04.2015