

## ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS I

**13.** Es sei  $(a_n)$  eine komplexe Zahlenfolge und  $b_n = \frac{1}{n}(a_1 + \dots + a_n)$  das arithmetische Mittel der Zahlen  $a_1, \dots, a_n$ . Man zeige, dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \quad \Rightarrow \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a.$$

Man gebe eine divergente Folge an, für die die zugehörige Folge der arithmetischen Mittel konvergiert.

**14.** Für  $\alpha > 0$  sei  $z_\alpha := \alpha(1 + i)$ ,  $i$  die imaginäre Einheit. Bestimmen Sie alle Häufungswerte der Folge  $(z_\alpha^n)_{n \in \mathbb{N}}$  in Abhängigkeit von  $\alpha$ .

**15.** Bestimmen Sie die Grenzwerte  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  der nachstehenden Folgen  $(a_n)$ :

(a)  $a_n = \frac{4^n n^4 + n^6}{5^n}$

(b)  $a_n = \frac{(n^2 - 5in)^3 - n^6}{n^5}$

(c)  $a_n = \frac{5n^3 + 7n^2}{2(n+2)(n+1)n}$

(d)  $a_n = \frac{(3 + 4i)^n}{6^n}$

**16.** Für festes  $k \in \mathbb{N}$  zeige man, dass  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ , wobei

(a)  $a_n = \frac{k^n}{n!}$

(b)  $a_n = \frac{1}{2^n} \binom{n}{k}$ .

Verwenden Sie das „Sandwich-Theorem“.

**Abgabe:** Fr., 20.05.2016, 10:25 Uhr

**Besprechung:** Mi., 25.05.2016 und Fr., 27.05.2016 (im Tutorium, für die Donnerstags-Gruppen)