Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2009/2010
22. Dezember 2009
Blatt 10

Übungen zu Analysis I

37. (8 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Zahl e auf drei Nachkommastellen genau.

(b) Finden Sie die kleinste natürliche Zahl n, für die $\log(n) > 3$ gilt.

38. (12 Punkte) Durch $\cos z := \frac{1}{2}(e^{iz} + e^{-iz})$ und $\sin z := \frac{1}{2i}(e^{iz} - e^{-iz})$ definiert man Funktionen $\cos : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ und $\sin : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, die die entsprechenden reellen Funktionen fortsetzen.

(a) $\cos z = \cosh(iz)$ und $\sin z = -i \sinh(iz) \quad \forall z \in \mathbb{C}$.

(b) Ist $w \in \mathbb{C}$, so gibt es ein $x \in \mathbb{C}$ mit $x \neq 0$ und $\frac{1}{2}(x + \frac{1}{x}) = w$.

(c) Ist $w \in \mathbb{C}$, so gibt es ein $z \in \mathbb{C}$ mit $\cos z = w$.

39. (12 Punkte) Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = \sin(\cos(\sin x))$

(b) $f(x) = \dfrac{x \sin x}{e^x}$

(c) $f(x) = x \log x - x$

(d) $f(x) = a^x$ mit festem $a > 0$.

40. (8 Punkte) Zeigen Sie, dass es keine differenzierbaren Funktionen $f, g\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ gibt mit $f(0) = g(0) = 0$ und $f(x)g(x) = x$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Abgabe: Dienstag, den 12. Januar 2010, 11:10 Uhr