

Übungen zu Analysis I

1. (7P) Es seien x, y, z reelle Zahlen mit $x < y$ und $y < z$. Zeigen Sie $x < z$.
2. (10P) Es sei $q \in (0, 1)$. Ordnen Sie die Zahlen $q, q^2, \sqrt{q}, \frac{1}{q}$ und $\frac{1}{q^2}$ der Größe nach an. Begründen Sie Ihre Antwort.
3. Welche der angegebenen Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sind beschränkt, nach oben beschränkt, bzw. nach unten beschränkt? Begründen Sie Ihre Antwort.
 - (a)(2P) $a_n = (-1)^n,$ (b)(2P) $a_n = (-2)^n,$
 - (c)(3P) $a_n = \frac{n 2^n}{3^n},$ (d)(3P) $a_n = n - \frac{2^8}{n},$
 - (e)(3P) $a_n = \frac{n^2 - n + 2}{n + 1} - \frac{2n^2 - 3n + 1}{2n + 1}.$
4. (10P) Die Fibonacci-Folge ist rekursiv definiert durch
$$f_1 = 1, \quad f_2 = 1, \quad f_{n+1} = f_n + f_{n-1} \quad \text{für } n \geq 2.$$

Zeigen Sie induktiv für alle $n \in \mathbb{N}$

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right).$$

Abgabe: Mittwoch, 2.11.2011, 10:15 Uhr. **Besprechung:** 9. und 10. November 2011