Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
PROF. DR. R. W. BRAUN

WS 2011/12
01.11.2011
Blatt 3

Übungen zu Analysis I

1. (10P) Zeigen Sie: Eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ ist genau dann unbeschränkt, wenn $\left(\frac{1}{a_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Teilfolge besitzt, die eine Nullfolge ist.

2. (Je 2P) Welche der angegebenen Folgen konvergieren? Bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

   (a) $\quad a_n = \dfrac{(n+3)^4}{(n^2-2)(n^2+2)}$ $\qquad$ (b) $\quad b_n = \dfrac{2n^2-5}{n^3+8n+2}$

   (c) $\quad c_n = \dfrac{6-n^4}{n(n^2+1)}$ $\qquad$ (d) $\quad d_n = \dfrac{n^2 3^n - 4^n}{(2^n+n)(2^n-n)}$

   (e) $\quad e_n = \dfrac{n^2+1}{n+1} - \dfrac{n^2-1}{n-1}$ $\qquad$ (f) $\quad f_n = \dfrac{n^3+n^2+n}{n+1} - \dfrac{n^3+2n^2+3n}{n-1}$

3. (10P) Zeigen Sie unter Verwendung der Dreiecksungleichung für alle $x, y \in \mathbb{R}$
$$\big||x|-|y|\big| \leq |x-y|.$$

4. (8P) Geben Sie zwei konvergente Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ an, so dass $a_n < b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, aber $\lim_{n\to\infty} a_n \geq \lim_{n\to\infty} b_n$.

Abgabe: Dienstag, 08.11.2011, 10:15 Uhr. **Besprechung:** 16. und 17. November