Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. R. W. Braun

WS 2011/12
13.12.2011
Blatt 9

Übungen zu Analysis I

1. Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto e^{2x}(x^2 - 4x)$.
   (a) (8P) Besitzt f ein globales Maximum bzw. ein globales Minimum? Geben Sie gegebenenfalls alle globalen Maximal- und Minimalstellen an.
   (b) (2P) Bestimmen Sie $\max f([-5, 0])$ und $\min f([-5, 0])$.

2. (8P) Bestimmen Sie für die Funktion
$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1}{1 + x^2},$$
möglichst große Intervalle, auf denen f konvex bzw. konkav ist.

3. (Je 3P) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:
$$(a) \quad \lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{1 - e^{x^2}} \qquad (b) \quad \lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}\right)$$
$$(c) \quad \lim_{x\to \pi} \frac{\sin x}{\cos(x/2)} \qquad (d) \quad \lim_{x\to \infty} x(\log(x-1) - \log(x+1)).$$
Hinweis: Ausdrücke der Form a^{b^c} hat man sich immer wie folgt geklammert zu denken: $a^{(b^c)}$

4. Definiere $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch
$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$
Zeigen Sie:
   (a) (7P) f ist differenzierbar.
   (b) (3P) f' ist in 0 unstetig.

Abgabe: Dienstag, 20.12.2011, 10:15 Uhr. **Besprechung:** 11. und 12. Januar