

## Übungen zu Analysis II

5. Sei  $X$  ein metrischer Raum,  $a \in X$ ,  $r > 0$ . Zeigen Sie, dass  $\bar{B}_r(a)$  eine abgeschlossene Teilmenge von  $X$  ist.
6. Wir betrachten den Teilraum

$$A := (\mathbb{Q} \times \{0\}) \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1 \text{ und } xy \neq 0\}$$

von  $\mathbb{R}^2$ . Bestimmen Sie das Innere, den Abschluss und den Rand von  $A$  in  $\mathbb{R}^2$ .

7. Sei  $X$  ein metrischer Raum und seien  $A, B \subseteq X$ . Zeigen Sie:

- (a)  $(A \cap B)^\circ = \mathring{A} \cap \mathring{B}$ .
- (b)  $(A \cup B)^\circ \supseteq \mathring{A} \cup \mathring{B}$ .
- (c)  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ .
- (d)  $\overline{A \cap B} \subseteq \bar{A} \cap \bar{B}$ .
- (e) Zeigen Sie an Beispielen, dass in (b) und (d) nicht notwendig Gleichheit vorliegt.

**Abgabe:** Freitag, den 21. April 2006, 11.15 Uhr