Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2006
19. Mai
Blatt 7

Übungen zu Analysis II

24. Wir definieren $\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ durch
$$\alpha(t) := (t - \sin t, 1 - \cos t).$$
   (a) Skizzieren Sie das Bild von α. Diese Kurve heißt *Zykloide*, weil sie die Bahn eines Punktes auf einem rollenden Rad beschreibt.
   (b) Berechnen Sie $\mathrm{L}\,(\alpha \,|\, [0, 2\pi])$.

25. Seien r, c positive reelle Zahlen. Wir definieren $\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ durch
$$\alpha(t) := (r \cos t, r \sin t, c\, t).$$
Berechnen Sie die Länge $\mathrm{L}\,(\alpha \,|\, [0, 2\pi])$ einer Windung der Schraubenlinie α.

26. Definiere $\alpha : [0, 1] \to \mathbb{R}^2$ durch
$$\alpha(t) := \begin{cases} t^2 \cos \dfrac{\pi}{t^2} & \text{für} \quad t > 0, \\ 0 & \text{für} \quad t = 0. \end{cases}$$
Zeigen Sie, dass der stetige Weg α nicht rektifizierbar ist.

27. Finden Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:
   (a) $y' = y + 1$.
   (b) $y' = y + x$.

28. Ist $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ein Polynom vom Grad n und $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion mit $\varphi' = \varphi + p$, so gibt es ein Polynom q vom Grad n und eine Zahl $c \in \mathbb{R}$ mit
$$\varphi(x) = ce^x + q(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

29. Finden Sei alle Lösungen der Differentialgleichungen
   (a) $y' = x \cdot y$.
   (b) $y' = -y \cos x$.

Abgabe: Freitag, den 26. Mai, 11.15 Uhr