Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2006
26. Mai 2006
Blatt 8

Übungen zu Analysis II

30. (a) Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung $y' = e^y \sin x$ und skizzieren Sie ihren Verlauf.
    (b) Finden Sie eine Lösung der Differentialgleichung $y' = -\dfrac{x}{y}$ mit der Anfangsbedingung $y(1) = 1$.
    (c) Finden Sie Lösungen der Differentialgleichung $y' = -\dfrac{x^2}{y^3}$ mit den Anfangsbedingungen $y(0) = 1$ und $y(0) = -1$.

31. Finden Sie alle Lösungen der Differentialgleichungen
    (a) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$,
    (b) $y' + y\cos x = \frac{1}{2}\sin 2x$,
    (c) $y' + y\cos x = e^{-\sin x}$.

32. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Systeme von Differentialgleichungen:
    (a) $\begin{aligned} y_1' &= y_2 \\ y_2' &= y_1 + x. \end{aligned}$
    (b) $\begin{aligned} y_1' &= y_1 \cos x \\ y_2' &= y_1 e^{-\sin x}. \end{aligned}$

33. Ist $\| \,.\, \|$ eine Norm auf $\mathbb{R}^n$ und $A = (a_{jk})$ eine relle $n \times n$-Matrix, so definieren wir wie in §10:
$$\|A\| := \max\{\|Ax\| \ \mid x \in \mathbb{R}^n \text{ und } \|x\| = 1\}.$$
    (a) Geht man von der Norm $\| \,.\, \|_\infty$ auf $\mathbb{R}^n$ aus, so ist
$$\|A\| = \max_{j=1,\ldots,n} \sum_{k=1}^n |a_{jk}|.$$
    (*Zeilensummennorm*)
    (b) Geht man von der Norm $\| \,.\, \|_1$ auf $\mathbb{R}^n$ aus, so ist
$$\|A\| = \max_{k=1,\ldots,n} \sum_{j=1}^n |a_{jk}|.$$
    (*Spaltensummennorm*)
    (c) Warum gibt es für $n > 1$ keine Norm auf $\mathbb{R}^n$, so dass $\|A\| = \left(\sum_{j,k=1}^n a_{jk}^2\right)^{1/2}$ für alle $n \times n$-Matrizen A gilt?

Abgabe: Freitag, den 02. Juni 2006, 11.15 Uhr