

Übungen zu Analysis II

34. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

(a) $y'' - \frac{x}{1-x^2}y' + \frac{1}{1-x^2}y = 0$ für $-1 < x < 1$.

(b) $y''' - \frac{3}{x}y'' + \frac{6}{x^2}y' - \frac{6}{x^3}y = 0$ für $x > 0$.

35. Berechnen Sie e^A für die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

36. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Systeme von Differentialgleichungen:

(a) $y_1' = -5y_1 + 3y_2$
 $y_2' = -15y_1 + 7y_2$.

(b) $y_1' = 4y_1 + y_2 - 36x$
 $y_2' = -2y_1 + y_2 - 2e^x$.

37. Ist A eine reelle $n \times n$ -Matrix, so gibt es Zahlen $a_0, a_1, \dots, a_{n-1} \in \mathbb{R}$ mit

$$e^A = \sum_{k=0}^{n-1} a_k A^k.$$

Hinweis: Benutzen Sie den Satz von Cayley-Hamilton aus der Linearen Algebra.

Abgabe: Freitag, den 09. Juni 2006, 11.15 Uhr