Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
Dr. Axel Grünrock

WS 2012/2013
18.12.2012
Blatt 10

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II

37. Gegeben sei das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x^2 + 4y^2 + z^2 - 2u^2 + v^2 &= -4 \\ (x+z)^2 + u - v &= -3 \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass dieses System in einer Umgebung von $(u_0, v_0, x_0, y_0, z_0) = (-2, 1, 1, \frac{1}{2}, -1)$ nach (u, v) aufgelöst werden kann. Bestimmen Sie die Gradienten von u und v in $(1, \frac{1}{2}, -1)$.

38. Zu bestimmen ist das maximale Volumen eines n-dimensionalen achsenparallelen Quaders, der dem Ellipsoid

$$E := \{x \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{a_i^2} \leq 1\}$$

mit den Halbachsen $a_i > 0, 1 \leq i \leq n$, einbeschrieben ist (d.h., dass die Ecken des Quaders auf dem Rand des Ellipsoids liegen).

39. Es sei $C \subset \mathbb{R}^3$ der Durchschnitt des Kegelmantels

$$M_K = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 = x_3^2\}$$

mit der Mantelfläche

$$M_Z = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 = 1\}$$

eines elliptischen Zylinders. Berechnen Sie den Abstand von C zum Nullpunkt.

Bitte wenden!

40. Berechnen Sie mit der Methode der Lagrange-Multiplikatoren den Abstand der Parabeln

$$P_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = (x+1)^2\} \qquad \text{und} \qquad P_2 := \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 : v = -\mu(u-1)^2\}$$

für $\mu = \frac{3}{5}$.

Hinweis: Sie sollten im Lauf der Rechnung auf die kubische Gleichung

$$(x+1)^3 + \frac{x+1}{2} - \frac{\mu}{1+\mu} = 0$$

stoßen, deren einzige reelle Lösung im Fall $\mu = \frac{3}{5}$ durch $x = -\frac{1}{2}$ gegeben ist.

Wir wünschen Ihnen ein schönes Weihnachtsfest, einen guten Übergang ins neue Jahr und eine erholsame Ferienzeit.

Abgabe: Di., 08.01.2013, 10.25 Uhr

Besprechung: Mi., 16.01.2013 und Do., 17.01.2013