

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II

41. Es sei $K := \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\|_1 \leq 1\}$ und

$$f : K \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) := \prod_{i=1}^n x_i.$$

Berechnen Sie $\max \{f(x) : x \in K\}$ und $\min \{f(x) : x \in K\}$.

Hinweis: Beachten Sie, dass f harmonisch ist, und benutzen Sie Symmetrieargumente.

42. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme durch Separation:

$$(a) \quad y' = \frac{y}{x} \ln(y), \quad y(2) = 16,$$

$$(b) \quad y' = (y - x)^2, \quad y(0) = 2.$$

43. Bestimmen Sie alle differenzierbaren Funktionen $y : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit der folgenden Eigenschaft: Der y -Abschnitt der Tangente an den Graphen $\Gamma(y) = \{(x, y(x)), x > 0\}$ ist in jedem Punkt $(x, y(x))$ gleich dem Abstand dieses Punktes zum Ursprung.

44. Berechnen Sie die allgemeinen Lösungen der nachstehenden inhomogenen linearen Differenzialgleichungen:

$$(a) \quad y' + y - \cosh(x) = 0;$$

$$(b) \quad y' - \frac{x}{1-x^2}y + \frac{1}{1-x^2} = 0 \quad (|x| < 1).$$

Abgabe: Di., 15.01.2013, 10.25 Uhr

Besprechung: Mi., 23.01.2013 und Do., 24.01.2013