Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
Dr. Axel Grünrock

WS 2012/2013
04.12.2012
Blatt 8

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II

29. Für $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ sei

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3+y^3}{xy}; & xy \neq 0 \\ 0; & xy = 0 \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass

(a) alle Richtungsableitungen von f im Nullpunkt existieren,
(b) die Formel $\frac{\partial f}{\partial \xi}(0) = \nabla f(0)\xi$ für f nur in Ausnahmefällen zutrifft,
(c) f im Nullpunkt unstetig ist.

30. Es sei $y : (0, \sqrt{2}) \mapsto \mathbb{R}, x \mapsto y(x)$, eine differenzierbare Funktion, die der Gleichung $F(x, y(x)) = 0$ für

$$F(x,y) = (x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2)$$

genügt. Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion y, und entscheiden Sie, in welchen Fällen es sich um ein Maximum beziehungsweise ein Minimum handelt.

Hinweis: Aus der Gleichung $F(x, y(x)) = 0$ berechne man zunächst mit Hilfe der Kettenregel die Ableitung $y'(x)$, *ohne* explizit nach y aufzulösen!

31. Bestimmen Sie alle lokalen Extrema und ihren Typ für die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto f(x, y) = xy \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right).$$

In welchen Fällen handelt es sich um globale Extrema?

32. Bestimmen Sie das maximale Fassungsvermögen eines quaderförmigen Beckens gegebener Innenfläche A. (Die Fläche A setzt sich hierbei lediglich aus der Fläche des Bodens und der vier Wände zusammen, eine Deckenfläche gibt es nicht.)

Abgabe: Di., 11.12.2012, 10.25 Uhr

Besprechung: Mi., 19.12.2012 und Do., 20.12.2012