

## ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II

45. Zu bestimmen ist das maximale Volumen eines  $n$ -dimensionalen achsenparallelen Quaders, der dem Ellipsoid

$$E := \{x \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{a_i^2} \leq 1\}$$

mit den Halbachsen  $a_i > 0, 1 \leq i \leq n$ , einbeschrieben ist (d. h., dass die Ecken des Quaders auf dem Rand des Ellipsoids liegen).

46. Bestimmen Sie den Abstand der Hyperbel

$$H := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 = 1\}$$

zur Geraden

$$G := \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : v = 2u\}.$$

47. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme durch Separation:

$$(a) \quad y' = \frac{y}{x} \ln(y), \quad y(2) = 16,$$

$$(b) \quad y' = (y - x)^2, \quad y(0) = 2.$$

Hinweis: Substituieren Sie in Teil (b)  $z = y - x$ .

48. (**Das Käferproblem**) Gegeben sei das Quadrat  $Q \subset \mathbb{R}^2$  mit den Ecken  $P_1 = (0, -1)$ ,  $P_2 = (1, 0)$ ,  $P_3 = (0, 1)$  und  $P_4 = (-1, 0)$ . In diesen Ecken befinden sich vier punktförmige Käfer  $K_1, \dots, K_4$ , die auf den Ursprung  $P = (0, 0)$  schauen. Die Käfer laufen gleichzeitig los, bewegen sich mit gleicher Geschwindigkeit und zwar auf dem kürzesten Weg zu ihrem jeweiligen Nachbarn zur Rechten. Bestimmen Sie die Bahnkurve eines Käfers und zeigen Sie, dass sich die Käfer in  $P$  treffen. (Hinweis: Sie sollten zunächst auf eine homogene Differenzialgleichung stoßen.)

**Abgabe:** Fr., 29.01.2015, 10:25 Uhr

**Besprechung:** Mi., 03.02.2015 und Do., 04.02.2015