Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2006/07
19. Dezember 06
Blatt 10

Übungen zu Analysis III

37. Seien $f, g, h \in L^1(\mathbb{R}^n)$. Zeigen Sie, dass

$$(f * g) * h = f * (g * h) \in L^1(\mathbb{R}).$$

38. Sei $f = \chi_{[0,1]} \in L^1(\mathbb{R})$. Berechnen Sie $f * f * f$.

39. Zeigen Sie, dass es kein $e \in L^1(\mathbb{R}^n)$ gibt mit $e * f = f \ \forall f \in L^1(\mathbb{R}^n)$.

    (Tipp: Wäre e eine solche Funktion, so wähle man ein $\delta > 0$ mit $\int\limits_{-2\delta}^{2\delta} |e(x)| \mathrm{d}x < 1$ und betrachte $f = \chi_{[-\delta,\delta]}$.)

40. Wir betrachten die Funktion $f \in \mathcal{L}^1(\mathbb{R})$, die gegeben ist durch

$$f(x) := \begin{cases} |x|^{-1/2} & \text{für } 0 < |x| \leq 1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

    Zeigen Sie, dass die fast überall definierte Funktion $f * f$ nicht überall definiert ist.

Abgabe: Dienstag, den 9. Januar 07, 11.15 Uhr