

Analysis I

Sommersemester 2021

Übungsblatt 1

Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Priv.-Doz. Dr. Matthias Köhne

Ausgabe: Di., 20.04.2021, 14:00 Uhr
Abgabe: Di., 27.04.2021, 16:20 Uhr
Besprechung: Mi., 28.04.2021 bzw. Do., 29.04.2021

Ⓑ Aufgabe 1.1: (Wahrheitstafeln, 4 + 4 Punkte)

Seien A , B und C Aussagen. Verifizieren Sie jeweils mit Hilfe einer Wahrheitstafel die folgenden Regeln:

- (a) $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$.
- (b) $[(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)] \Rightarrow (A \vee B \Rightarrow C)$.

Ⓑ Aufgabe 1.2: (Differenz, Durchschnitt und Vereinigung, 3 + 3 + 4 Punkte)

Seien A , B und C Mengen. Verifizieren Sie die folgenden Regeln und visualisieren Sie die betrachteten Mengen jeweils mit Hilfe eines Venn-Diagramms.

- (a) $A \cup B = B \cup A$.
- (b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
- (c) $A \setminus (B \cup C) = A \setminus B \cap A \setminus C$.

Hinweis: Gehen Sie vor wie in 1.1.17. Sie können dabei die De'Morgan'schen Regeln und alle Regeln verwenden, die im Rahmen von EX 1.3 gezeigt werden.

Aufgabe 1.3: (Abbildungseigenschaften)

Seien A , B und C nichtleere Mengen und $f : A \rightarrow B$ sowie $g : B \rightarrow C$ Abbildungen. Zeigen Sie:

- (a) Ist $g \circ f : A \rightarrow C$ injektiv, dann ist f injektiv.
- (b) Ist $g \circ f : A \rightarrow C$ injektiv und ist f surjektiv, dann ist g injektiv.

Aufgabe 1.4: (Abbildungseigenschaften)

Betrachten Sie die Abbildung

$$f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad f(m, n) := 2^{m-1}(2n - 1), \quad m, n \in \mathbb{N},$$

und zeigen Sie, dass f bijektiv ist.

Hinweis: Sie können (ohne Beweis) die folgende Tatsache verwenden: Eine natürliche Zahl $N \in \mathbb{N}$ ist genau dann ungerade, wenn es eine natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ gibt, so dass $N = 2n - 1$.