Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

SS 2004
19.05.2004
Blatt 5

Übungen zu Analysis II

15. (2P) Für Teilmengen S und T eines normierten Vektorraumes gilt

$$\partial(S \times T) = (\partial S \times \bar{T}) \cup (\bar{S} \times \partial T)$$

16. (3P) Sei S eine kompakte Teilmenge eines normierten Vektorraumes. Dann besitzt jede Cauchyfolge über S einen Grenzwert in S.

17. (3P) Seien $a \leq t_0 \leq b$ und $\alpha < \beta \in R$. Welche der folgenden Teilmengen von $C[a, b]$ sind bzgl. der Supremumsnorm abgeschlossen und welche offen:

    (a) $\{f : f(t_0) \neq \alpha\}$,

    (b) $\{f : \alpha \leq f(t) \leq \beta \text{ für alle } t \in [a, b]\}$, $\{f : \alpha \leq f(t) < \beta \text{ für alle } t \in [a, b]\}$,

    (c) $\{f : \int_a^b f \leq \alpha\}$.

18. (3P) Sei $S = \{x \in R^n : \exists k \in Z^+ \text{ mit } \|x\| = 1/k\}$ bei zugrundegelegter Maximumsnorm im R^n. Sei

$$f(x) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n \sqrt{|x_i|}} \quad \text{für} \quad x \neq 0.$$

    Ist f auf S gleichmäßig stetig?

Abgabe: Mittwoch, 26.05.2004, 9.30 Uhr