

Übungen zu Analysis II

23. (2P) Eine Regelfunktion kann höchstens abzählbar viel Unstetigkeitsstellen haben.
24. (3P) Sind die folgenden Funktionen Regelfunktionen auf $[-1, 1]$?
- (a) $f(x) = \begin{cases} 1 + x \cos(1/x^2) & \text{für } x > 0 \\ (1 - x) \sin x & \text{für } x \leq 0 \end{cases}$
- (b) $f(x) = \begin{cases} x & \text{wenn } 1/x \in \mathbb{N}, \\ x^2 & \text{wenn } -1/x \in \mathbb{N}, \\ \operatorname{tg} x & \text{andernfalls} \end{cases}$
- (c) Funktionen, die als Grenzfunktion einer Folge stetiger Funktionen hinsichtlich punktweiser Konvergenz darstellbar sind.
25. (2P) Monotone Funktionen auf kompakten Intervallen sind Regelfunktionen.
26. (4P) Sei $a > 0$, $F_1 = (-a, 0)$ und $F_2 = (a, 0)$. Für einen Punkt $x \in \mathbb{R}^2$ sei $d_i(x)$ der (euklidische) Abstand von x zu F_i ($i = 1, 2$). Eine Lemniskate ist definiert als die Menge der Punkte $x \in \mathbb{R}^2$, für die $d_1(x)d_2(x) = a^2$ ist. In der rechten Halbebene ($x_1 \geq 0$) ist die Lemniskate eine einfache, geschlossene Kurve. Man bestimme den Flächeninhalt der von dieser Kurve umrandeten Fläche.

Abgabe: Mittwoch, 16.06.2004, 9.30 Uhr