

Übungen zu Analysis III

41. (2P) Der Kreiszyylinder $x^2 + y^2 \leq r^2$ bohrt aus der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4r^2$ einen Körper K aus. Berechnen Sie das Volumen von K .
42. (2P) Die Halbkugel $x^2 + y^2 + z^2 \leq r^2, z \geq 0$, habe eine Massendichte, die proportional mit dem Abstand zur Ebene $z = 0$ zunimmt. Berechnen Sie den Schwerpunkt der Halbkugel.
43. (2P) Bestimmen Sie das Trägheitsmoment einer rechteckigen homogenen Platte mit Seitenlängen a, b in Bezug auf eine durch den Mittelpunkt der Platte gehenden, senkrecht zu ihr stehenden Achse.

Hinweis:

Das Trägheitsmoment eines Systems von endlich vielen materiellen Punkten in Bezug auf eine Achse erhält man, wenn man die Masse jedes Punktes mit dem Quadrat seines Abstandes von der Achse multipliziert und die so erhaltenen Produkte addiert.

Entsprechend wird das Trägheitsmoment eines (dreidimensionalen) Körpers K in Bezug auf eine Achse definiert als

$$\int_K r^2(x) \varrho(x) dx,$$

wobei $r(x)$ der Abstand von x zur Achse und $\varrho(x)$ die Massendichte im Punkt x ist.

44. (2P) Zeigen Sie, daß die Funktion $f(x) = e^{-x \cdot x/2}$ integrierbar über dem \mathbb{R}^k und $\hat{f} = f$ ist.

Abgabe: Mittwoch, 12.01.2005, 9.30 Uhr