Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

WS 2004/2005
27.10.2004
Blatt 3

Übungen zu Analysis III

9. (4P) Sei $u^{(n)} + a_{n-1}u^{(n-1)} + \ldots + a_0\,u = 0$ mit $a_i \in \mathbb{R}$ gegeben. Seien $\lambda_1, \ldots, \lambda_m$ die verschiedenen Nullstellen (mit den Vielfachheiten $n_1, \ldots, n_m$) der Gleichung
$\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \ldots + a_0 = 0$.
Man zeige, daß ein (nicht notwendig reelles) Fundamentalsystem der DGl gegeben ist durch die Funktionen $e^{\lambda_i t}, t\,e^{\lambda_i t}, \ldots, t^{n_i-1}e^{\lambda_i t}$ $(i = 1, \ldots, m)$. Man konstruiere ein reelles Fundamentalsystem.
(Anwendung: Bei der Auflösung von linearen DGlen n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten ist es nicht erforderlich, Eigen- bzw. Hauptvektoren zu berechnen.)

10. (2P) Man bestimme alle reellen Lösungen der DGl
$$u'' - 2u' + 5u = e^t.$$

11. (2P) Beweisen Sie aus Kap. I, § 3 der Vorlesung den Satz 7'.

12. (3P) Seien $A, B \subset \mathbb{R}^k$ und $\inf\{||x-y|| : x \in A,\ y \in B\} > 0$, wenn $||\ ||$ eine beliebige Norm im $\mathbb{R}^k$ bezeichnet. Dann gilt $\mu^*(A \cup B) = \mu^* A + \mu^* B$.

Abgabe: Mittwoch, 03.11.2004, 9.30 Uhr