

Übungen zu Analysis III

13. (2P) Seien $f, g : \mathbb{R}^k \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ meßbar, und das Produkt fg sei überall erklärt. Dann ist fg meßbar.
14. (2P) Für $A \subset \mathbb{R}^k$ heißt $\mu_* A = \sup \{ \mu F : F \subset A \text{ abgeschlossen} \}$ (k -dimensionales) inneres Lebesgue-Maß von A . Man zeige:
- (a) $\mu_* A \leq \mu^* A$
 - (b) Ist $\mu^* A < \infty$, so ist A genau dann meßbar, wenn $\mu_* A = \mu^* A$ gilt.
15. (3P) Sei $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge meßbarer Mengen mit $A_n \supset A_{n+1}$, $n \in \mathbb{N}$. Gibt es ein $m \in \mathbb{N}$ mit $\mu A_m < \infty$, so gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu A_n = \mu(\cap A_n)$.
16. (2P) Bestimmen Sie die durch die Menge der abgeschlossenen Quader im \mathbb{R}^k erzeugte σ -Algebra und ihre Vervollständigung.

Abgabe: Mittwoch, 10.11.2004, 9.30 Uhr