Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

SS 2005
15.04.2005
Blatt 1

Übungen zu Analysis IV

1. (3P) Seien $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, v : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ C^2-Funktionen. Zeigen Sie
   a) $\operatorname{div}\operatorname{rot} v = 0$ ("Wirbelfelder sind quellenfrei"),
   b) $\operatorname{rot} \nabla f = 0$ ("Gradientenfelder sind wirbelfrei"),
   c) $\operatorname{rot}\operatorname{rot} v = \nabla \operatorname{div} v - \Delta v$.

2. (1P) Sei S ein $(k+l+1)$-dimensionaler Simplex im $\mathbb{R}^n$, seien α eine k-Form und β eine l-Form, beide seien C^1 in einer Umgebung von S. Zeigen Sie die "Teilweise Integrations-Formel"
$$\int_S (d\alpha) \wedge \beta = \int_{\partial S} \alpha \wedge \beta - (-1)^k \int_S \alpha \wedge d\,\beta$$

3. (2P) Beweisen Sie den Hilfssatz 8 aus §8 der Vorlesung.

4. (2P) Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ durch $f(x,y,z) = (x, x+y, x+y+z)$ gegeben, sei C die Schnittkurve des Zylinders $x^2 + y^2 = 1$ mit der Ebene $y = z$. Diese Kurve (eine Ellipse) sei entgegen dem Uhrzeigersinn um den Zylinder orientiert (Man schaut von $z > 0$ auf die Uhr.). Berechnen Sie das Integral
$$\int_C (f \cdot T) ds,$$
   wobei T der Einheitsrichtungsvektor an C ist.

Abgabe: Mittwoch, 27.04.2005, 11 Uhr.