

Übungen zu Analysis IV

37. (2P) Man berechne $\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 - 1}$, wenn $\gamma(t) = z_0 + re^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$ und

(a) $z_0 = 0$, $r = 1/2$,

(b) $z_0 = -1$, $r = 1$

ist.

38. (1P) Sei γ_{ρ} die Kreislinie $|z| = \rho$. Dann ist

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \int_{\gamma_{\rho}} \frac{z^2 + 2z - 5}{(z^2 + 4)(z^2 + 2z + 2)} dz = 0.$$

39. (3P) Sei $M = \{x + iy : y \geq 0\}$ und \mathfrak{G} ein M enthaltendes Gebiet. Ferner sei f holomorph in $\mathfrak{G} \setminus \{z_1, \dots, z_m\}$, wobei $z_1, \dots, z_m \in M \setminus \mathbb{R}$ Pole von f sind. Schließlich sei

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \int_0^{\pi} f(\rho e^{it}) \rho e^{it} dt = 0. \text{ Dann existiert } \lim_{r \rightarrow \infty} \int_{-r}^r f(x) dx \text{ und ist gleich } 2\pi i \sum_{k=1}^m \text{Res}_{z_k} f.$$

40. (2P) Man berechne das Integral $\int_0^{\infty} \frac{\cos(x/5)}{x^2 + 25} dx$.

Abgabe: Mittwoch, 06.07.2005, 11:15 Uhr.